

# Untersuchung der physikalischen Eigenschaften eines Vektormagnetometers mit Netzbandkern

Diplomarbeit  
von  
Haje Korth



erstellt am  
Institut für Geophysik und Meteorologie  
Technische Universität Carolo-Wilhelmina  
Braunschweig

Februar 1998

Meinen Eltern

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Das Magnetfeld und Magnetfeld-Meßmethoden</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Funktionsprinzip eines Fluxgate-Magnetometers</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Die Permeabilität</b>	<b>20</b>
5.1	Die Permeabilität des Materials . . . . .	22
5.2	Die Permeabilität des Körpers . . . . .	23
5.3	Die Permeabilität der Form . . . . .	25
5.3.1	Das Rotationsellipsoid . . . . .	26
5.3.2	Die Rosenblatt-Formel für Stabkerne . . . . .	31
<b>6</b>	<b>Die Empfindlichkeit</b>	<b>33</b>
6.1	Der Nutzanteil der induzierten Spannung . . . . .	33
6.2	Der Störanteil der induzierten Spannung . . . . .	36
6.3	Die resultierende induzierte Spannung . . . . .	37
6.4	Die Empfindlichkeit eines Fluxgate-Magnetometers . . . . .	38
<b>7</b>	<b>Der Netzbandkern</b>	<b>43</b>
7.1	Die allgemeine Rosenblatt-Formel . . . . .	43

## *Inhaltsverzeichnis*

---

7.2	Der Ringkern . . . . .	44
7.3	Der elliptische Kern . . . . .	45
7.4	Der Netzbandkern . . . . .	46
<b>8</b>	<b>Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern</b>	<b>49</b>
8.1	Das Magnetfeld von Rechteckwindung und Rechteckspule . . . . .	50
8.2	Die spannungsgesteuerte Stromquelle . . . . .	58
<b>9</b>	<b>Die Messung der Temperaturkoeffizienten</b>	<b>61</b>
9.1	Das Bewickeln der Spulenkörper . . . . .	62
9.2	Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes	63
9.3	Der lineare Ausdehnungskoeffizient des Spulenträgers . . . . .	66
9.3.1	Der Meßaufbau . . . . .	67
9.3.2	Die Korrektur der Meßwerte . . . . .	72
9.3.3	Die Bestimmung des linearen Ausdehnungskoeffizienten . . . . .	77
9.3.4	Die Auswertung . . . . .	78
9.3.5	Die Meßergebnisse . . . . .	83
<b>10</b>	<b>Diskussion der Materialwahl</b>	<b>95</b>
<b>11</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>100</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>103</b>

# 1 Einleitung

Die Erforschung des Weltalls beschäftigt die Menschheit seit Jahrtausenden. Anfangs war dies nur von der Erde aus mit bloßem Auge und später auch mit optischen Geräten wie z. B. Fernrohren und Teleskopen möglich. Eine Gruppe von Himmelskörpern, die seit jeher auf großes Interesse stößt, sind die Kometen, da sie von abergläubischen Menschen lange Zeit als Vorboten von Unglück oder wichtigen Ereignissen betrachtet wurden. Die Angst vor den Kometen hat sich inzwischen weitgehend gelegt, das wissenschaftliche Interesse an den geheimnisvollen Himmelskörpern ist jedoch mehr als je zuvor vorhanden.

Bis heute gibt es keine akzeptierte genaue Ursprungstheorie der Kometen. Viele Astronomen nehmen aber an, daß ihr Ursprung in den äußeren, kälteren Teilen des Sonnensystems liegt und daß sie bei dessen Entstehung aus übriggebliebenem Planetenmaterial entstanden sind. Der holländische Astronom Jan Hendrik Oort hat die Theorie aufgestellt, daß sich weit jenseits der Bahn des Planeten Pluto eine Vorratswolke mit Kometenmaterial, der sogenannten Oortschen Wolke, angesammelt hat und daß die Schwerkraft vorbeiziehender Sterne einen Teil des Materials in Richtung Sonne ablenken könnte, wo er als Kometen sichtbar wird.

Von der Erde aus können Kometen erst bei Annäherung an die Sonne infolge wachsender Kometenaktivität beobachtet werden. Der Kometenkopf besteht aus einem harten Kern von bis zu 10 km Durchmesser, der von einer  $10^4 \leftrightarrow 10^6$  km großen, nebelartigen Wolke, Koma genannt, umgeben wird. Wenn sich der Komet der Sonne nähert, verdampft oder sublimiert die Sonnenstrahlung Eis, und der Komet erscheint viel heller. Er kann einen leuchtenden Schweif entwickeln, der sich manchmal viele Millionen Kilometer in den Weltraum ausdehnt (siehe Abbildung 1.1). Der Schweif ist in der Regel von der Sonne abgewendet, auch dann, wenn sich der Komet von der Sonne entfernt. Die großen Schweife setzen sich aus feinem Staub zusammen, die durch den Strahlungsdruck und den Sonnenwind vom Kometen weggeblasen werden. Kometen weisen häufig auch kleinere, gekrümmte Schweife auf, die sich aus einfachen ionisierten Molekülen zusammensetzen (siehe Huebner [1990]).

In den letzten 50 Jahren ist die Raumfahrttechnik so weit fortgeschritten, daß Kometen mittels Raumsonden aus nächster Nähe beobachtet werden können. Die



Abbildung 1.1: Nach seinem Entdecker ist der Komet Bennett benannt, den der südafrikanische Amateurastronom 1970 am nächtlichen Himmel fand und photographierte. Quelle: Internet.

*GIOTTO*-Mission zum Kometen Halley lieferte im Jahre 1986 spektakuläre Bilder von Kern, Koma und Schweif dieses Kometen (siehe Abbildung 1.2). Die detaillierteren Bilder sind aber nicht der einzige Nutzen einer Weltraummission. Mit einer Raumsonde ist es darüber hinaus möglich, physikalische und chemische Parameter zu bestimmen, wie z. B. die chemische Zusammensetzung des Schweifes und das mögliche Magnetfeld des Kometen.

Im Jahre 2003 soll mit der Raumsonde *ROSETTA* wieder ein Komet angefliegen werden. *ROSETTA* soll im August 2011 den Kometen 46 P/Wirtanen erreichen und ihn etwa zwei Jahre lang begleiten. Während dieser Zeit soll eine Forschungseinheit, die als *ROSETTA Lander* bezeichnet wird, auf den Kometen herabgelassen werden.

Der Komet 46 P/Wirtanen wurde im Januar 1948 von Carl A. Wirtanen entdeckt und nach ihm benannt. Er gehört zur Familie der Jupiter Kometen, die aus einer großen Anzahl kurz-periodischer Kometen besteht. Der Komet hat einen Kernradius von ungefähr 700 m und gehört infolge koordinierter Beobachtungen zu den am besten observierten Kometen. Mit der *ROSETTA*-Mission soll sowohl der Ursprung des Kometen 46 P/Wirtanen als auch der Zusammenhang zwischen kometarer und interstellarer Materie erforscht werden. Mit den gewonnenen Erkenntnissen erhofft man sich Aussagen über die Entstehung des Sonnensystems machen zu können.



Abbildung 1.2: Der Kern des Kometen Halley aufgenommen von der Raumsonde *GIOTTO*. Quelle: Max-Planck-Institut für Aeronomie.

Zur Verfolgung dieses Ziels ist das Institut für Geophysik der Technischen Universität Braunschweig an der Entwicklung mehrerer Instrumente für die Raumsonde beteiligt. Darunter befinden sich auch die Magnetometer für den Orbiter, der den Kometen umkreisen wird, und den Lander. Da die verfügbare Startmasse begrenzt ist und auf den Raumsonden eine möglichst große Experimentenvielfalt erzielt werden soll, müssen die Magnetometer wie auch alle anderen Experimente so klein, leicht und energiesparend wie möglich sein. Hohe Anforderungen werden aber nicht nur an die äußere Erscheinung sondern auch an die Funktionsfähigkeit gestellt. So soll das Magnetfeld des Kometen mit hoher Genauigkeit dreidimensional vermessen werden. Weiterhin sollen die Magnetometer weitgehend frei von Querfeldeffekten sein, ein geringes Rauschen aufweisen und in einem großen Temperaturbereich von  $\approx 100$  °C bis  $+50$  °C arbeiten. Der Querfeldeffekt ist ein Meßfehler, bei dem eine Magnetfeldkomponente durch Übersprechen einer dazu senkrechten Magnetfeldkomponente falsch registriert wird.

## 1 Einleitung

---

Im Rahmen einer Diplomarbeit ist es aus zeitlichen Gründen nicht möglich, ein Magnetometer auf alle diese Aspekte hin zu untersuchen. Von daher habe ich mich entschieden, zwei wichtige Punkte des Orbiter-Magnetometers näher zu betrachten: Die Vermeidung von Querfeldeffekten und die Maximierung des Temperaturbereichs. Bevor wir uns aber mit diesen Themen beschäftigen, sollen uns die folgenden drei kurzen Kapitel ein paar allgemeine Informationen über das Magnetfeld und seine Messung vermitteln. Weiterhin wird das Funktionsprinzip und der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern, die auf der Raumsonde *ROSETTA* zur Messung des Magnetfeldes eingesetzt werden, erläutert. Dabei werden wir feststellen, daß das Funktionsprinzip des Fluxgate-Magnetometers, das auch als Förster- oder Saturationskernmagnetometer oder einfach als Fluxgate bezeichnet wird, auf der Nichtlinearität der Magnetisierungskurve des als Magnetometerkern eingesetzten ferromagnetischen Materials beruht. Die innerhalb des Kernes durch Überlagerung des zu messenden homogenen Magnetfeldes mit einem künstlich erzeugten Wechselmagnetfeld zeitabhängige Feldstärke induziert in einer auf einen Spulenkörper gewickelten Aufnehmerspule eine Spannung, die die Information über die Größe des Magnetfeldes trägt.

Nach dem Überblick über die Arbeitsweise und den Aufbau des Instrumentes soll die Thematik in weiteren Kapiteln in Theorie und Praxis vertieft werden. Im theoretischen Teil (Kapitel 5–7) wird eine Kernform vorgestellt, die das Magnetfeld in drei Raumrichtungen mit gleicher Empfindlichkeit messen kann. Mit der berechneten Kernform ist es möglich, Querfeldeffekte, die bei einem Ensemble aus drei Ein-Komponenten-Fluxgates hauptsächlich durch gegenseitiges Übersprechen der Einzel-Sensoren entstehen, weitgehend zu eliminieren. Der Weg dahin führt über die magnetischen Eigenschaften von ferromagnetischen Materialien mit deren Kenntnis die in einer Aufnehmerspule induzierte Spannung berechnet werden kann. Aus der Gleichung für die induzierte Spannung kann dann die Empfindlichkeit, deren Betrachtung anschließend auf die Kernform des *ROSETTA*-Magnetometers führt, bestimmt werden.

Im praktischen Teil (Kapitel 8–10) soll zunächst das Temperaturverhalten von Fluxgates dargestellt werden. Wir werden feststellen, daß das Magnetfeld mit Hilfe einer elektronischen Kompensationsschaltung in einem weiten Temperaturbereich fehlerfrei gemessen werden kann, d. h. eine Änderung der Umgebungstemperatur des Sensors die Meßergebnisse nicht verfälscht. Zur Dimensionierung der Bauteile der Kompensationsschaltung muß unter anderem der lineare Ausdehnungskoeffizient des Spulenkörpers bekannt sein, dessen Messung in diesen Kapiteln ebenfalls behandelt werden wird. Zum Abschluß werden wir die verwendeten Materialien für den Spulenkörper noch auf ihre thermischen Einsatzbereiche hin untersuchen.

## 2 Das Magnetfeld und Magnetfeld-Meßmethoden

Das Magnetfeld ist ein Kraftfeld, das keine eigene Existenz besitzt. Es ist immer an das Vorhandensein elektrischer Ströme oder schnell veränderlicher elektrischer Felder gebunden. Selbst das Feld des Dauermagneten bildet hier keine Ausnahme; denn seine tiefere Ursache liegt in den inneratomaren Strömen. Das Magnetfeld ist ein Vektorfeld, d. h. allen Punkten des Raumes wird eine vektorielle Größe zugeordnet. Die zu diesen Punkten zugehörigen Feldgrößen werden als Feldstärken bezeichnet. Verlauf und Stärke des Magnetfeldes können durch Feldlinien – die Magnetfeldlinien – dargestellt werden. Es gibt eine Vielzahl von Instrumenten, mit denen Magnetfelder gemessen werden können. Einige von ihnen messen den Betrag des Magnetfeldes, andere wiederum registrieren bestimmte Komponenten.

Das einfachste und gebräuchlichste Instrument zur Magnetfeldmessung der Horizontalkomponente ist der Kompaß. Ein Kompaß besteht aus einer Dauermagnetnadel, die auf einem Drehzapfen aufgehängt ist. Bei Anwesenheit eines Magnetfeldes richtet sich die Nadel entlang der horizontalen Magnetfeldkomponente aus. Der Kompaß ist zur Messung des Magnetfeldes nur eingeschränkt brauchbar, da er nur eine Komponente des Magnetfeldes und diese auch nur qualitativ mißt.

Quantitative Relativmessungen der Horizontal- oder Vertikalkomponente können mit Torsionsmagnetometern gemacht werden. Bei diesen Magnetometern wird ein Magnet an einem tordierten Quarzfaden aufgehängt. Das von der Magnetfeldkomponente auf das Magnetsystem ausgeübte Drehmoment steht dann mit dem Drehmoment des Torsionsfadens im Gleichgewicht. Variationen der Magnetfeldkomponente wirken sich auf das Gleichgewicht aus und der Torsionswinkel ändert sich. Da mit dem Torsionsmagnetometer nur Torsionswinkel bestimmt werden, muß die Skala zuvor kalibriert werden. Bei den magnetischen Feldwagen wird ebenfalls ein Gleichgewicht der Drehmomente zur Messung genutzt, das anstelle oder zusätzlich zu der Torsionskraft durch die Schwerkraft hergestellt wird. Die Feldwaage kann daher nur die Vertikalkomponente quantitativ vermessen.

## 2 *Das Magnetfeld und Magnetfeld-Meßmethoden*

---

Die Messungen mit dem Protonenpräzessions-Magnetometer basieren auf einer linearen Beziehung zwischen dem magnetischen Moment der Protonen und ihrem Kernspin. Bei Anwesenheit eines Magnetfeldes wirkt ein Drehmoment auf das magnetische Moment, was zu einer Präzession des Protons um die Magnetfeldrichtung führt. Aus der gemessenen Präzessionsfrequenz wird dann die Totalintensität berechnet. Bei dem Protonenpräzessions-Magnetometer gehen nur atomphysikalische Konstanten in die Auswerteformel ein. Deshalb sind die Messungen unabhängig von äußeren Bedingungen und diese Magnetometer daher besonders gut für Absolutmessungen geeignet.

Mit einem Fluxgate-Magnetometer können bis zu drei Komponenten des Magnetfeldes vermessen werden, so daß das Magnetfeld räumlich aufgelöst werden kann. Aber auch die Messung einzelner Magnetfeldkomponenten ist möglich. Fluxgate-Magnetometer sind relativ messende Instrumente und müssen daher vor dem Einsatz kalibriert werden. Da sie keine beweglichen Bauteile enthalten, sind sie für den Einsatz auf Schiffen, Flugzeugen, Raketen und Satelliten besonders geeignet. Das Fluxgate-Magnetometer steht im Mittelpunkt dieser Diplomarbeit. Seine Funktionsweise wird in den folgenden Kapiteln beschrieben sowie einige Aspekte detailliert dargestellt. Die hier aufgezählten Magnetfeld-Meßinstrumente wurden exemplarisch gewählt und stellen keinesfalls die Gesamtheit dieser Meßgeräte dar.

# 3 Funktionsprinzip eines Fluxgate-Magnetometers

Die Arbeitsweise eines Fluxgate-Magnetometers zu verstehen, ist für die weiterführende detaillierte Behandlung der Magnetometereigenschaften von großer Bedeutung. Sie wird daher in diesem Abschnitt beschrieben. Dabei sollen Feinheiten zugunsten der mathematischen Verständlichkeit vernachlässigt werden.

Zur Messung des Magnetfeldes nutzt man bei Fluxgates die Nichtlinearität der Magnetisierungskurve der verwendeten Spulenkern aus. Die Nichtlinearität der  $B(H)$ -Kurve beruht im wesentlichen auf der Sättigungsmagnetisierung. In dem ferromagnetischen Spulenkern wird durch das symmetrische Erregerfeld  $H(t)$  die magnetische Induktion  $B(t)$  induziert. Im folgenden Modell soll  $H(t)$  als einfache Sinusfunktion angenommen werden. In Abbildung 3.1 ist die  $B(H)$ -Kurve links oben eingezeichnet. Das Feld der magnetischen Induktion  $B(t)$  erhält man, indem man die Werte des Erregerfeldes  $H(t)$  punktweise an der  $B(H)$ -Kurve spiegelt.

Die ausgezogenen Kurven gelten für ein rein sinusförmiges Erregerfeld, die punktierten dann, wenn zusätzlich ein Gleichfeld vorhanden ist. Man sieht, daß durch die Spiegelung an der nichtlinearen Magnetisierungskurve  $B(t)$  keine reine Sinusfunktion mehr ist. Noch größer ist diese Abweichung bei einem nichtverschwindendem Gleichfeld.

Die eingezeichnete  $B(H)$ -Kurve läßt sich nach Kertz [1992a] durch ein Polynom dritten Grades beschreiben:

$$B(H) = 3H \Leftrightarrow H^3 \quad \text{für} \quad |H| \leq 1 = H_s. \quad (3.1)$$

Dabei entspricht  $H = 1$  in diesem mathematischen Modell der Sättigungsfeldstärke  $H_s$ . Mit dem Ansatz

$$H(t) = h + p \sin \omega t,$$

wobei  $h$  das Gleichfeld und  $p$  die Amplitude des Erregerfeldes ist, erhält man unter Anwendung der Additionstheoreme für Potenzen trigonometrischer Funktionen für

### 3 Funktionsprinzip eines Fluxgate-Magnetometers

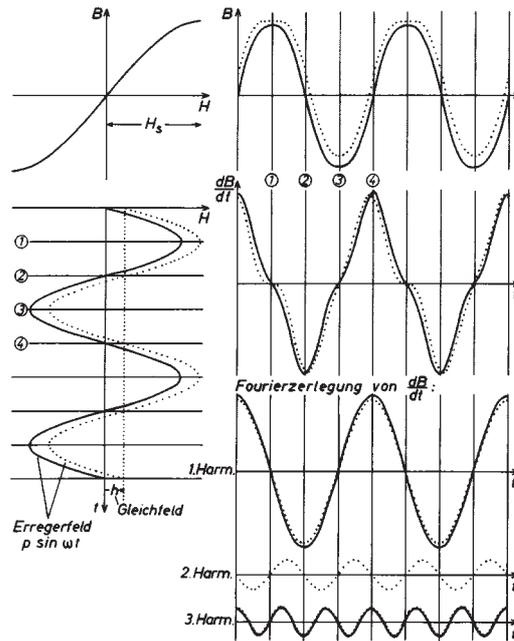


Abbildung 3.1: Das Arbeitsprinzip eines Fluxgates nach Kertz [1992a].

die magnetische Induktion

$$B(t) = h \left( 3 \Leftrightarrow h^2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} p^2 \right) + 3p \left( 1 \Leftrightarrow h^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} p^2 \right) \sin \omega t + \frac{3}{2} h p^2 \cos 2\omega t + \frac{1}{4} p^3 \sin 3\omega t. \quad (3.2)$$

Liegt um den Kern außer der Erreger- noch eine Induktionsspule, so ist die darin induzierte Spannung nach dem Induktionsgesetz der Ableitung von Gleichung (3.2) nach der Zeit proportional:

$$\frac{dB}{dt} = 3p \left( 1 \Leftrightarrow h^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} p^2 \right) \omega \cos \omega t \Leftrightarrow 3h p^2 \omega \sin 2\omega t + \frac{3}{4} p^3 \omega \cos 3\omega t. \quad (3.3)$$

Diese Funktion sowie ihre Fourier-Zerlegung sind in Abbildung 3.1 rechts, Mitte und unten dargestellt. Wie man Gleichung (3.3) entnehmen kann, treten die erste und dritte Harmonische in jedem Fall auf. Die zweite Harmonische hingegen nur, wenn ein Gleichfeld  $h \neq 0$  vorhanden ist. Des Weiteren ist die zweite Harmonische dem Gleichfeld  $h$  proportional. Dies gilt im übrigen für alle geradzahigen Harmonischen, die je nach Verlauf der  $B(H)$ -Kurve auftreten können. Gewöhnlich wird aber die zweite Harmonische zur Messung von  $h$  benutzt und von der Elektronik aus dem induzierten Signal herausgefiltert. Die dazu notwendigen Schritte werden im folgenden Kapitel behandelt.

In der Praxis werden Doppelkernanordnungen genutzt (siehe Abbildung 3.2). Die Amplituden  $p$  der beiden Erregerfelder haben in diesem Fall unterschiedliche Vorzei-

### 3 Funktionsprinzip eines Fluxgate-Magnetometers

---

chen, weshalb sich die ungeradzahligen Harmonischen in Gleichung (3.3) kompensieren.

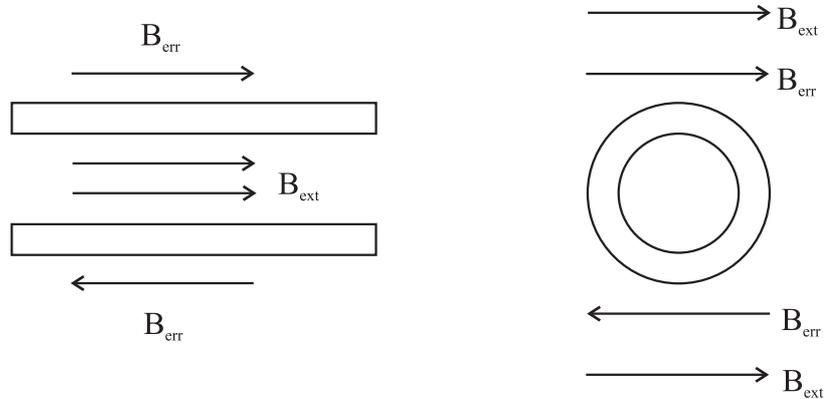


Abbildung 3.2: Doppelkernanordnungen.

Unter der Vielzahl von Fluxgate-Sensoren haben sich Doppel-Stabkerne (Förster-Sonden) und Ringkerne, die einen geschlossenen magnetischen Erregerkreis aufweisen, durchgesetzt.

In modernen Magnetometern wird das Magnetfeld im Innern des Sensors mit Hilfe einer Gegenkopplungsspule kompensiert, damit der Sensor stets annähernd im Nullfeld mißt. Diese Maßnahme dient der Verbesserung der Linearität und der Erweiterung des Meßbereiches. Aufnehmer- und Gegenkopplungsspule können identisch sein oder voneinander getrennt werden.

In diesem Abschnitt haben wir die grundlegende Arbeitsweise des Fluxgates kennengelernt. Im folgenden Kapitel wollen wir uns nun den Baugruppen der elektronischen Schaltung, die das Funktionsprinzip umsetzt, widmen.

## 4 Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern

Jedes Fluxgate-Magnetometer besteht aus einem Sensor und einer elektronischen Schaltung, die diesen Sensor betreibt. In der Grundfunktion haben die Schaltungen bei allen Fluxgates dieselbe Aufgabe. So weisen daher verschiedene Fluxgate-Ausführungen dieselben Baugruppen auf. Die Realisierung der einzelnen Baugruppen ist bei verschiedenen Typen aber durchaus unterschiedlich. Um eine Abhängigkeit der im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Meßergebnisse von der verwendeten Schaltung auszuschließen, werden die Untersuchungen an den Sensoren mit zwei Schaltungen, die in dieser Arbeit mit (1) oder (2) bezeichnet werden, durchgeführt. Der Aufbau der Baugruppen der elektronischen Schaltungen ist teilweise unterschiedlich. Im folgenden werden die einzelnen Baugruppen, die zur Entstehung des Ausgangssignals führen, beschrieben. Gleichzeitig wird auf die Unterschiede in der Bauweise der beiden Schaltungen eingegangen.

Bei den in dieser Diplomarbeit verwendeten Sensoren kommen ausschließlich Ringkerne zum Einsatz. Bei Ringkernen wird die Sättigungsmagnetisierung aufgrund ihres geschlossenen magnetischen Kreises gegenüber den Stabkernen mit geringerer Leistungsaufnahme erreicht. Insbesondere in der Weltraumtechnik, wo ein geringer Stromverbrauch entscheidend ist, werden die Ringkerne den Stabkernen vorgezogen. Die Kerne selber bestehen aus Molybdän Permalloy und haben einen Durchmesser von einem Zoll. Der mit der Treiberwicklung versehene Kern befindet sich in einem Spulenkörper, auf dem die Windungen der Aufnehmerspule angebracht sind und dessen thermische Ausdehnung es im experimentellen Teil dieser Diplomarbeit zu untersuchen gilt. Da das Magnetometer im Gegenkopplungsmodus betrieben wird, hat die Aufnehmerspule eine Doppelfunktion. Sie dient einerseits zur Aufnahme der Induktionsspannung und andererseits zur axialen Feldkompensation in Innern. Damit ist ein Betrieb des Kernes im Nullfeld gewährleistet, und die Ausgangsspannung somit über einen großen Meßbereich linear. Eine weitere Aufgabe der Gegenkopplung ist die Temperaturkompensation, um eine Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Umgebungstemperatur zu vermeiden.

## 4 Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern

---

Die Elektronik, die den Sensor betreibt, weist zwei wesentliche Bestandteile auf: Die Treiberschaltung und die Anlogschaltung zur Erzeugung eines dem zu messenden Magnetfeld proportionalen Ausgangssignals. Die Treiberschaltung sorgt für das periodische Auf- und Abmagnetisieren der Ringkerne. Die Treiberfrequenz, die vom Kernmaterial abhängt, wird aus einem Quarzoszillator durch Herunterteilen abgeleitet. Die Anregung selbst geschieht durch den in Abbildung 4.1 dargestellten Schaltkreis; ein Parallelschwingkreis mit variabler Parallelinduktivität [Acuña, 1974].

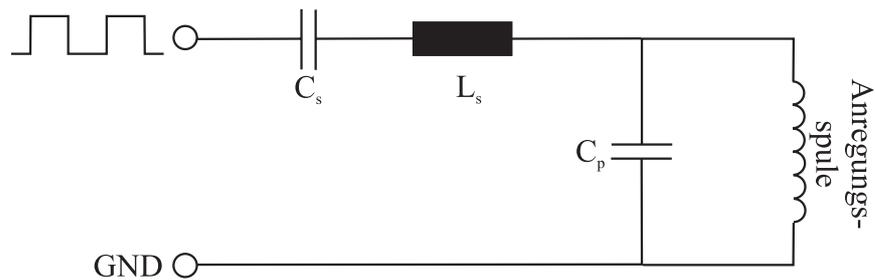


Abbildung 4.1: Der Parallelschwingkreis.

Das Kernstück des Schwingkreises bildet die Anregungsspule mit einem parallel geschalteten, auf die Resonanzfrequenz abgestimmten Kondensator  $C_p$ . Da das Kernmaterial beim Auf- und Abmagnetisieren durch die Anregungsspule die Hystereschleife durchläuft, ist die Permeabilität und damit auch die Induktivität nicht konstant. Befindet man sich bei der Magnetisierung des Kernes auf der Magnetisierungskurve in einem Bereich hoher Permeabilität, so ist auch die Induktivität der den Kern umgebenden Anregungsspule hoch. Damit ist die Impedanz der zu dem Kondensator  $C_p$  parallel geschalteten Anregungsspule groß, und der Kondensator  $C_p$  lädt sich gebremst durch die Induktivität  $L_s$  auf. Da es sich bei  $L_s$  um einen Blindwiderstand handelt, wird keine ohmsche Leistung umgesetzt, was den Stromverbrauch niedrig hält. Erreicht der Kern die Sättigungsmagnetisierung nimmt die Permeabilität (siehe Formel (5.2)) und mit ihr auch die Induktivität der Anregungsspule stark ab. Ist der Kern gesättigt, besteht die Impedanz der Anregungsspule nur noch aus ihrem Wirkwiderstand. Der Kondensator  $C_p$  ist dann nahezu kurzgeschlossen und entlädt sich über die Windungen der Anregungsspule. Auf diese Weise fließt ein großer Stromimpuls von kurzer Dauer durch die Anregungsspule, der den Kern weit in die Sättigung treibt. Danach wird die Energie mit entgegengesetztem Vorzeichen wieder zum Kondensator  $C_p$  zurückgeführt. Dem Parallelschwingkreis wird noch ein Kondensator in Serie geschaltet. Der Kondensator  $C_s$  verhindert das Durchlassen von Gleichstromanteilen.

Die Anlogschaltung zur Erzeugung des Ausgangssignals hat die Aufgabe, den  $2f$ -Wechselspannungsanteil der in der Aufnehmerspule induzierten Spannung aus-

## 4 Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern

---

zuwerten. Die dazu nötigen Schritte sind in dem Blockdiagramm 4.2 gezeigt.

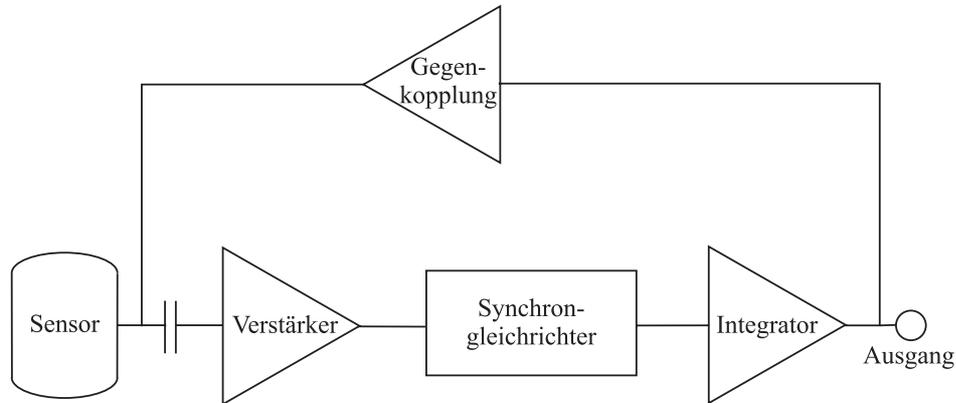


Abbildung 4.2: Das Entstehen des Ausgangssignals.

Die Induktionsspannung wird zunächst mit Hilfe eines Operationsverstärkers, der z. B. nach Abbildung 4.3 als nicht-invertierender Verstärker beschaltet wird, verstärkt.

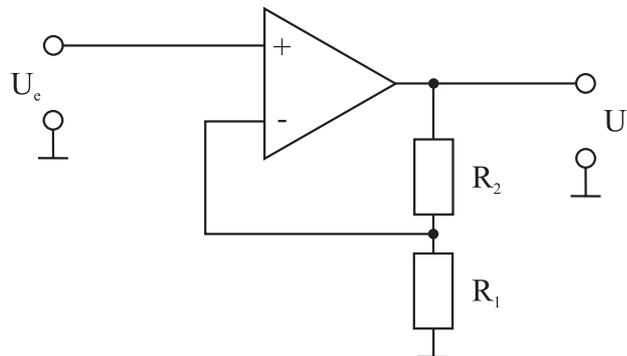


Abbildung 4.3: Der nicht-invertierende Verstärker.

Für den Verstärkungsfaktor gilt nach Tietze et al. [1993]:

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

In einem weiteren Schritt wird die Induktionsspannung synchron zur Anregungsfrequenz gleichgerichtet. Außer der Treiberfrequenz wird aus der Teilerkette auch das für die Synchrongleichrichter benötigte Steuersignal der doppelten Anregungsfrequenz abgeleitet. Ein Phasenschieber für das Steuersignal ermöglicht die Arbeitspunkteinstellung des Gleichrichters. Die Gleichrichtung geschieht durch Multiplikation der Eingangsspannung  $U_e$  mit der Steuerspannung  $U_{St}$ , bei der es sich um

## 4 Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern

---

das aus der Teilerkette für die Treiberschaltung abgeleitete Signal handelt (siehe Abbildung 4.4).

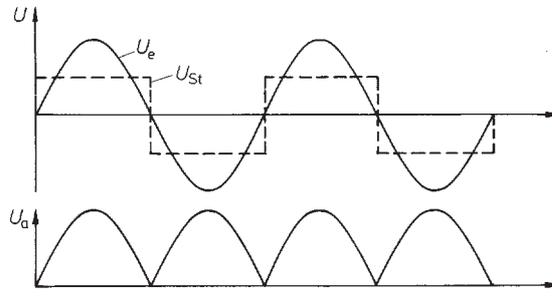


Abbildung 4.4: Die Wirkungsweise des Synchrongleichrichters.

Haben Steuerspannung und Eingangsspannung dieselbe Frequenz und nimmt erstere die Werte  $+1$  und  $\Leftrightarrow 1$  an, so bildet der Synchrongleichrichter den Betrag der Eingangsspannung. Die Phasengleichheit von Eingangs- und Steuersignal ist zur Vermeidung negativer Flächen unbedingt notwendig. Der Abgleich der Phasenbeziehung ist durch den Phasenschieber an der Treiberschaltung möglich. Neben der Gleichrichterfunktion dient der Synchrondetektor gleichzeitig als schmalbandiger Filter im Bereich seiner Arbeitsfrequenz. Dadurch ist es nicht nötig, die  $f$ - und  $3f$ -Anteile gesondert herauszufiltern.

Abschließend wird das gleichgerichtete  $2f$ -Signal in eine Gleichspannung umgewandelt. Einerseits kann dieser Schritt durch einen als Mittelwertbildner funktionierenden Tiefpaß Filter erfolgen. Die Ausgangsspannung eines Tiefpasses ist nach Tietze et al. [1993]:

$$U_a = \underbrace{\frac{1}{RC} \int_0^t U_e'(t') dt'}_{\text{Restwelligkeit}} + \underbrace{\bar{U}_e}_{\text{Mittelwert}} .$$

Ist die Zeitkonstante  $\tau = RC$  hinreichend groß, verschwindet die Restwelligkeit gegenüber dem Mittelwert und es wird:

$$U_a \approx \bar{U}_e .$$

Alternativ dazu kann ein als Integrator beschalteter Operationsverstärker (siehe Abbildung 4.5) zur Gleichspannungswandlung eingesetzt werden.

Für die Ausgangsspannung ergibt sich dann nach Tietze et al. [1993]:

$$U_a = \Leftrightarrow \frac{1}{RC} \int_0^t U_e(t') dt' + U_{a0} .$$

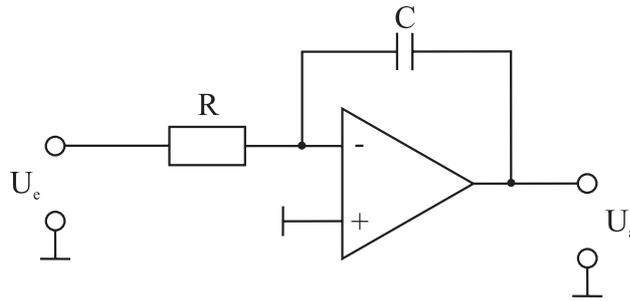


Abbildung 4.5: Der Integrator.

Die Konstante  $U_{a0}$  stellt dabei die Anfangsbedingung  $U_{a0} = U_a(t=0)$  dar. Die bei den Testmessungen eingesetzte Elektronik (1) nutzt einen Tiefpaß zur Erzeugung der Gleichspannung. Bei Elektronik (2) hingegen wird der oben beschriebene Integrator eingesetzt.

In der gegengekoppelten Betriebsart des Magnetometers wird in die Aufnehmerspule ein der Ausgangsspannung proportionaler Strom eingespeist, um im Inneren der Spule einen weitgehend feldfreien Raum zu erzeugen, damit der Sensor nahezu im Nullfeld mißt. Dies dient, wie bereits im ersten Kapitel erwähnt, der Verbesserung der Linearität des Instrumentes. Des weiteren kann die Gegenkopplung zur Kompensation des Temperatureinflusses auf die Ausgangsspannung des Magnetometers genutzt werden. Dies soll im folgenden Kapitel ausführlich behandelt werden.

Auch in der Gegenkopplung unterscheiden sich die beiden Elektroniken. Bei Elektronik (1) wird die Ausgangsspannung des als Mittelwertbilder dienenden Tiefpasses direkt über einen geeigneten Widerstand in die Aufnehmerspule zurückgeführt. Für die Gegenkopplung ergibt sich damit eine Proportionalregelung. Bei dieser Regelungstechnik erfolgt die Gegenkopplung proportional zum vom Tiefpaß gebildeten Spannungsmittelwert mit einem bestimmten Gegenkopplungsfaktor. Dieser kann durch Variation des Widerstandes im Gegenkopplungskreis beeinflusst werden. Elektronik (2) wandelt die Ausgangsspannung zunächst in einen Strom um, der dann in die Aufnehmerspule eingespeist wird. Vorteil dieser Bauweise ist die Unabhängigkeit des in der Aufnehmerspule fließenden Stromes von dem temperaturabhängigen Spulenwiderstand. Aufgrund des in dieser Schaltung verwendeten Integrators spricht man bei dieser Elektronik von einer Integralregelung der Gegenkopplung. Die Gegenkopplung wird dabei von der integrierten Ausgangsspannung des Integrators gesteuert. Diese ändert sich nur im Fall einer von null verschiedenen Eingangsspannung des Integrators. Eine von null abweichende Eingangsspannung des Integrators tritt wiederum nur dann auf, wenn das Feld im Inneren des Sensors nicht kompensiert ist, und somit ein  $2f$ -Signal-Anteil in der induzierten Spannung vorhanden ist.

## 4 *Der Aufbau von Fluxgate-Magnetometern*

---

Nachdem die bisherigen Kapitel einen Überblick über die Arbeitsweise und den Aufbau des Instrumentes gegeben haben, wollen wir unser Wissen in den folgenden drei theoretischen Kapiteln erweitern, indem wir eine Kernform berechnen, mit der das Magnetfeld mit einem einzigen Magnetometerkern dreidimensional gemessen werden kann.

## 5 Die Permeabilität

Die Permeabilität  $\mu$  ist der Faktor, der das Feld der magnetischen Induktion<sup>1</sup>  $\underline{B}$  mit der magnetischen Feldstärke  $\underline{H}$  verbindet:

$$\underline{B} = \mu \underline{H}.$$

$\mu$  wird gewöhnlich in zwei Faktoren  $\mu = \mu_0 \mu_r$  aufgespalten, wobei  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$  die magnetische Feldkonstante und  $\mu_r$  die relative Permeabilität ist. Im Vakuum gilt für die Permeabilität stets  $\mu_r = 1$ . Im Medium ist sie von den magnetischen Eigenschaften des Materials abhängig. Materialien, in denen ohne äußeres Magnetfeld keine magnetischen Momente vorhanden sind, heißen Diamagneten. Ein äußeres Feld induziert in ihnen dem Feld entgegengerichtete magnetische Momente. Für die relative Permeabilität gilt in diesem Fall  $\mu_r < 1$ . Enthält ein Material ohne äußeres Magnetfeld magnetische Momente mit statistischer Richtungsverteilung, so ist es paramagnetisch. Ein äußeres Feld bewirkt eine teilweise Ausrichtung der Dipole und für die Permeabilität gilt  $\mu_r > 1$ . Sowohl bei diamagnetischen als auch bei paramagnetischen Materialien ist die magnetische Induktion proportional zur Feldstärke und reversibel einstellbar.

Eine weitere Klasse von magnetischen Materialien sind die Ferromagnetika. In ihnen findet eine spontane Parallelstellung der magnetischen Momente statt. Sie zeichnen sich daher durch relative Permeabilitäten  $\mu_r \gg 1$  aus und können Werte bis zu fünf Größenordnungen annehmen. Die magnetische Induktion hängt hierbei in komplizierter Weise von der Feldstärke ab und ist nicht reversibel mit  $H$  einstellbar. Mit variierender Feldstärke wird eine Magnetisierungskurve, die sogenannte Hysteresekurve (siehe Abbildung 5.1), durchlaufen.

Ausgehend vom pauschal unmagnetischen Zustand einer Probe  $B = H = 0$  bewegt sich die Induktion  $B$  mit monoton wachsender Feldstärke auf der Neukurve (a). Sie nähert sich asymptotisch der Geraden  $B = \mu_0(H + M_s)$ , wobei  $M_s$  die Sättigungsmagnetisierung, d. h. der Grenzfall der Magnetisierung für sehr große Feldstärken ist. Die Sättigungshystereseschleife (b) wird durchlaufen, wenn sich die Feldstärke in

---

<sup>1</sup>Der Begriff *Feld der magnetischen Induktion* ist in der Physik immer noch gebräuchlich, obwohl es heute korrekt *Feld der magnetischen Flußdichte* heißt.

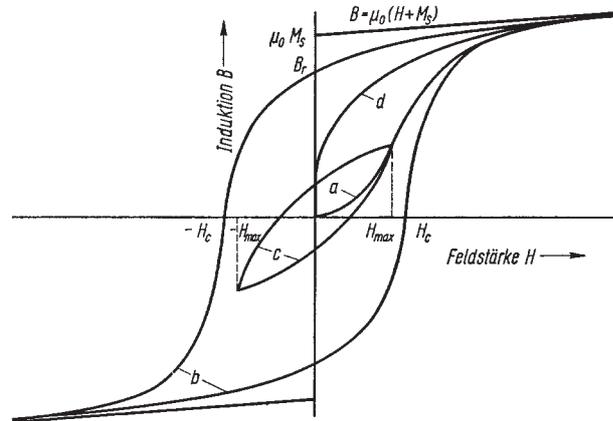


Abbildung 5.1: Die Hysteresekurve.

der Probe von einem Wert positiver Sättigungsmagnetisierung über den Nullpunkt hinaus bis in die negative Sättigungsmagnetisierung ändert und umgekehrt. Die bei der Feldstärke  $H = 0$  vorliegende Induktion nennt man die Remanenz  $B_r = \mu_0 M_r$ . Die Remanenz verschwindet erst wieder, wenn ein Feld entgegengesetzter Richtung mit der Koerzitivfeldstärke  $\Leftrightarrow H_c$  angelegt wird. In Abhängigkeit von der Größe des Koerzitivfeldstärkenbetrages  $|H_c|$  spricht man bei kleinem  $|H_c|$  von weichmagnetischen und bei großem  $|H_c|$  von hartmagnetischen Materialien. Variiert man die Feldstärke zwischen zwei Werten  $\pm H_{\max}$  unterhalb der Sättigungsmagnetisierungsfeldstärke, so ergibt sich ebenfalls ein geschlossener Kurvenzug, der als innere Hystereseschleife (c) bezeichnet wird. Die Spitzen der inneren Hystereseschleifen für verschiedene Werte von  $H_{\max}$  liegen auf der Kommutierungskurve auch Grundmagnetisierungskurve genannt. Sie unterscheidet sich nur wenig von der Neukurve. In der Theorie der Fluxgates wird oft die hysteresefreie Induktionskurve (d), auch mittlere Magnetisierungskurve genannt, verwendet. Sie ist durch

$$B(H) = \frac{B_{\uparrow}(H) + B_{\downarrow}(H)}{2}$$

bestimmt, wobei die Pfeile die Zugehörigkeit der Induktionswerte zu den aufsteigenden und abfallenden Zweigen der Sättigungshystereseschleife darstellen. Bei der mittleren Magnetisierungskurve handelt es sich um eine ungerade Funktion, die für Berechnungen durch ein Polynom mit ungeradzahligem Potenzen approximiert werden kann:

$$B = \sum_{i=1}^{\infty} a_{2i-1} H^{2i-1}. \quad (5.1)$$

Dabei sind  $i$  ganze Zahlen und  $a$  die Koeffizienten der Approximation. Eine im Vergleich zur realen Funktion gute Approximation erhält man bereits durch Verwendung der ersten beiden Glieder, wie es bereits in Gleichung (3.1) geschehen ist.

Neben der Näherung durch Polynome werden häufig auch Arkustangens- und stückweise lineare Approximationen der Hysteresekurve verwendet. Letztere werden in Kapitel 6 auch zur Herleitung des Induktionssignals in der Aufnehmerspule benutzt.

Aufgrund des komplizierten Zusammenhangs zwischen  $B$  und  $H$  ist es unmöglich, ohne Willkür von *einer* Permeabilität ferromagnetischer Materialien zu sprechen. Vielmehr benutzt man im Zusammenhang mit diesen Materialien eine ganze Reihe von Permeabilitäten, die im folgenden erläutert werden.

### 5.1 Die Permeabilität des Materials

In einem beliebigen Punkt der mittleren Magnetisierungskurve eines ferromagnetischen Materials wird sein magnetischer Zustand durch zwei Parameter beschrieben – die normale und die differentielle Permeabilität. Sie sind definiert als:

$$\mu = \frac{1}{\mu_0} \frac{B}{H} \quad \text{und} \quad \mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (5.2)$$

Der Zusammenhang zwischen der normalen und differentiellen Permeabilität wird in folgender Gleichung dargestellt:

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH} = \frac{d}{dH}(\mu H) = \mu + H \frac{d\mu}{dH}. \quad (5.3)$$

Die Gleichung (5.3) zeigt, daß die beiden Permeabilitäten nur dann identisch sind, wenn entweder  $H = 0$  oder  $\frac{d\mu}{dH} = 0$  ist.

In Abbildung 5.2 sind die positiven Zweige der Grund- und mittleren Magnetisierungskurve a), b) sowie die zugehörigen Permeabilitäten c), d) in Abhängigkeit von der Feldstärke dargestellt.

Für die Werte  $\mu$  und  $\mu_d$  gibt es auch eine geometrisch anschauliche Beschreibung mit den Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$ :

$$\mu = \frac{1}{\mu_0} \tan \alpha \quad \text{und} \quad \mu_d = \frac{1}{\mu_0} \tan \beta.$$

Dabei ist  $\alpha$  der Winkel zwischen der Verbindungslinie eines ausgewählten Punktes  $A'$  auf der Magnetisierungskurve mit dem Ursprung und der Feldstärke-Achse. Der Winkel  $\beta$  beschreibt die Steigung der Tangente in einem Punkt auf der Magnetisierungskurve.

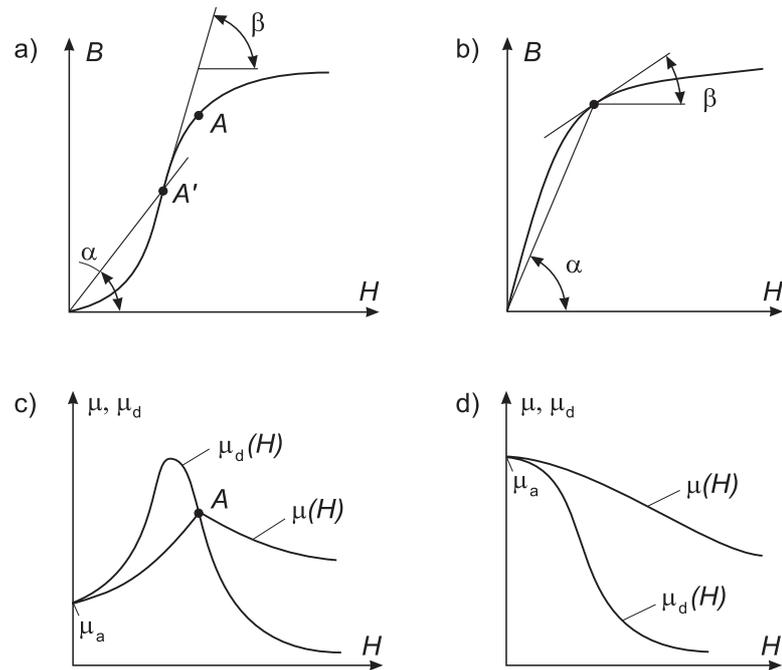


Abbildung 5.2: Magnetisierungskurven und die Kurven der Permeabilitäten eines ferromagnetischen Materials. a) Grundmagnetisierungskurve, b) mittlere Magnetisierungskurve, c) Permeabilität der Kurve a), d) Permeabilität der Kurve b).

Im Verlauf der Permeabilitätsfunktionen sind drei Werte besonders hervorzuheben:

1. Die Anfangspermeabilität  $\frac{1}{\mu_0} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} = \mu_a$
2. Die maximale normale Permeabilität  $\frac{1}{\mu_0} \tan \alpha_{\max} = \mu_{\max}$
3. Die maximale differentielle Permeabilität  $\frac{1}{\mu_0} \tan \beta_{\max} = \mu_{d,\max}$

In Abbildung 5.2 c) und d) sind zwei Fälle für die Identität von normaler und differentielle Permeabilität zu erkennen. Einerseits schneiden sich die beiden Funktionen in dem Punkt  $A$ , in dem die normale Permeabilität ihr Maximum annimmt, also  $\frac{d\mu}{dH} = 0$  gilt. Andererseits nehmen die Permeabilitätsfunktionen für  $H = 0$  denselben Funktionswert  $\mu_a$  an.

## 5.2 Die Permeabilität des Körpers

Da die Größe der Kerne in den Fluxgate-Magnetometern endlich ist, unterscheidet sich die Magnetisierung des Kernes als Körper von der des Materials. Auf den

## 5 Die Permeabilität

---

Magnetisierungsprozeß des Körpers wirkt der Entmagnetisierungsfaktor. Dieser Prozeß wird durch Abbildung 5.3 veranschaulicht.

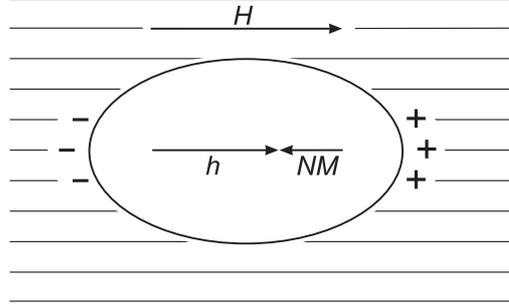


Abbildung 5.3: Die Wirkung der magnetischen Rückkopplung auf einen Körper, der von einem äußeren Magnetfeld magnetisiert wird (schematisch).

Nach Gerthsen et al. [1992] gilt:

$$\underline{B} = \mu_0(\underline{h} + \underline{M}), \quad (5.4)$$

$$\underline{h} = \underline{H} \Leftrightarrow \hat{N}\underline{M}. \quad (5.5)$$

Dabei ist  $\underline{H}$  die Feldstärke des äußeren Magnetfeldes,  $\underline{h}$  die Feldstärke des inneren Magnetfeldes,  $\underline{M}$  die Magnetisierung und  $\hat{N}$  der Tensor des Entmagnetisierungsfaktors, der hauptsächlich von der Geometrie des Körpers abhängt. Weiterhin gilt:

$$\underline{M} = \hat{\chi}\underline{h} = (\hat{\mu} \Leftrightarrow \hat{1})\underline{h}, \quad (5.6)$$

$$\underline{B} = \mu_0\hat{\mu}\underline{h}, \quad (5.7)$$

wobei  $\hat{\chi}$  der Suszeptibilitätstensor,  $\hat{\mu}$  der Permeabilitätstensor des Materials und  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante ist. Aus den Gleichungen (5.5) und (5.6) folgt:

$$\begin{aligned} \underline{h} &= \underline{H} \Leftrightarrow \hat{N}(\hat{\mu} \Leftrightarrow \hat{1})\underline{h} \\ \Leftrightarrow \underline{h} &= \frac{1}{\hat{1} + \hat{N}(\hat{\mu} \Leftrightarrow \hat{1})}\underline{H}. \end{aligned}$$

Setzt man dieses Ergebnis in (5.7) ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \underline{B} &= \mu_0\hat{\mu}^*\underline{H}, \\ \text{mit } \hat{\mu}^* &= \frac{\hat{\mu}}{\hat{1} + \hat{N}(\hat{\mu} \Leftrightarrow \hat{1})}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

$\hat{\mu}^*$  ist der Tensor der magnetischen Permeabilität des Körpers. Die Einführung des Parameters  $\hat{\mu}^*$  hat den Vorteil, daß die magnetische Induktion im Körper  $\underline{B}$  nicht,

wie in Gleichung (5.7), mit dem hypothetischen Vektor  $\underline{h}$  sondern mit dem realen Vektor  $\underline{H}$ , der der Messung zugrunde liegt, verbunden wird.

An der Formel (5.8) sieht man, daß durch den Tensor  $\hat{\mu}^*$  sowohl die magnetische Anisotropie des Materials als auch die Anisotropie der Körperform, d. h. ungleiche Ausdehnung in verschiedene Richtungen, berücksichtigt wird. Oft kann die Anisotropie des Materials jedoch vernachlässigt werden, so daß  $\hat{\mu} = \mu$  ist. Damit berücksichtigt der Tensor  $\hat{\mu}^*$  nur noch die Anisotropie der Form:

$$\hat{\mu}^* = \frac{\mu}{1 + \hat{N}(\mu \Leftrightarrow 1)}. \quad (5.9)$$

Bezogen auf ein kartesisches Koordinatensystem mit den Achsen  $x$ ,  $y$  und  $z$  enthält dieser Tensor in der Hauptdiagonalen drei Komponenten:

$$\begin{aligned} \mu_x^* &= \frac{\mu}{1 + N_x(\mu \Leftrightarrow 1)}, \\ \mu_y^* &= \frac{\mu}{1 + N_y(\mu \Leftrightarrow 1)}, \\ \mu_z^* &= \frac{\mu}{1 + N_z(\mu \Leftrightarrow 1)}, \end{aligned}$$

wobei  $N_x$ ,  $N_y$  und  $N_z$  die als Entmagnetisierungskoeffizienten bezeichneten Diagonalelemente des Entmagnetisierungstensors sind.

### 5.3 Die Permeabilität der Form

Die Permeabilität der Form ist definiert als der Kehrwert des Entmagnetisierungsfaktors:

$$m_i = \frac{1}{N_i} \quad \text{mit } i=x, y, z.$$

Der Index  $i$  kennzeichnet die betrachtete Raumrichtung. Damit ergibt sich der in Gleichung (5.9) dargestellte Zusammenhang zwischen den Permeabilitäten des Körpers, des Materials und der Form zu:

$$\mu_i^* = \frac{m_i \mu}{m_i + \mu \Leftrightarrow 1}. \quad (5.10)$$

Die ferromagnetischen Materialien, die für die Kerne der Fluxgates verwendet werden, weisen eine sehr hohe Permeabilität auf, für die in der Regel  $\mu \geq 5 \cdot 10^4$  gilt. Des weiteren beträgt die Permeabilität der Form für kleine Abmessungen der Kerne  $m_i \leq 5 \cdot 10^2$ , so daß insgesamt die Beziehung  $\mu \gg m_i \gg 1$  erfüllt ist. Setzt man diese Bedingung in Gleichung (5.10) ein, so ergibt sich für die Permeabilität des Kernes:

$$\mu_i^* |_{\mu \gg m_i \gg 1} \cong \frac{m_i \mu}{\mu} = m_i. \quad (5.11)$$

Demzufolge entspricht die resultierende Permeabilität eines Fluxgatekernes im wesentlichen der Permeabilität seiner Form.

In Kapitel 6 wird sich herausstellen, daß die in der Aufnehmerspule induzierte Spannung direkt von der Permeabilität der Form abhängt. Daher ist es sinnvoll, diese im folgenden für verschiedene Körperformen zu betrachten.

### 5.3.1 Das Rotationsellipsoid

In diesem Abschnitt wollen wir zunächst die Permeabilität der Form eines Rotationsellipsoids berechnen. Laut Sommerfeld [1964] ist das Ellipsoid die einzige Körperform für die das innere Magnetfeld analytisch berechnet werden kann, da es als einziges beim Einbringen in ein äußeres, ursprünglich homogenes Feld homogen magnetisiert wird. Das Magnetfeld innerhalb des Ellipsoids, das in ein homogenes äußeres Magnetfeld eingebracht wird, erhält man durch Einsetzen von Formel (5.6) in Gleichung (5.5):

$$H = h(1 + \chi N). \quad (5.12)$$

Infolge des homogenen äußeren Feldes und der besonderen Eigenschaften des Ellipsoids sind alle Parameter in Gleichung (5.12) skalare Größen. Der Entmagnetisierungsfaktor  $N$  kann somit bei bekanntem inneren und äußeren Magnetfeld berechnet werden.

Inneres und äußeres Magnetfeld können durch Lösen der Potentialgleichung mit geeigneten Randbedingungen bestimmt werden. Allerdings ist dies nur für ellipsoidförmige Körper möglich. Für alle anderen Körperformen führt die Bestimmung des inneren Feldes auf ein praktisch unlösbares Randwertproblem, dem ein ortsabhängiges, keineswegs homogenes inneres Feld entsprechen würde. Die Entmagnetisierungsfaktoren anderer Körperformen können aber durch Erweitern der Lösung des Ellipsoids um empirisch ermittelte, von der Körperform abhängige Koeffizienten abgeschätzt werden.

Zur Berechnung des Entmagnetisierungsfaktors wird ein in  $z$ -Achse ausgedehnter, verlängerter Rotationsellipsoid angenommen. Das äußere homogene Magnetfeld verläuft ebenfalls in Richtung der  $z$ -Achse. Zur Lösung des Problems wird die Gleichung des Rotationsellipsoids zunächst in elliptische Koordinaten transformiert, die sich aufgrund der Körperform anbieten. Anschließend wird die Potentialgleichung mit den Randbedingungen in diesen Koordinaten gelöst.

Die Formel für ein beliebiges Ellipsoid lautet:

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{c^2} = 1,$$



## 5 Die Permeabilität

---

Damit ergibt sich Gleichung (5.13) zu

$$\frac{z^2}{\gamma^2 \cosh^2 u} + \frac{x^2 + y^2}{\gamma^2 \sinh^2 u} = 1.$$

Die kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  transformieren sich folgendermaßen in das elliptische Koordinatensystem  $u$ ,  $v$  und  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} x &= \gamma \sinh u \sin v \cos \varphi, \\ y &= \gamma \sinh u \sin v \sin \varphi, \\ z &= \gamma \cosh u \cos v. \end{aligned} \tag{5.15}$$

Nun müssen noch die Differentialoperatoren  $\nabla$  und  $\Delta$  in elliptische Koordinaten transformiert werden. Dazu müssen die Komponenten des Metrikensors

$$g_{ik} = \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial}{\partial x^k} \quad \text{mit } i, k = 1, 2, 3 \tag{5.16}$$

bekannt sein, wobei die  $\frac{\partial}{\partial x^i}$  jeweils die Tangentenvektoren entlang der konstanten Parameterlinien kennzeichnen. Die elliptischen Koordinaten sind lokal orthogonal. Das Skalarprodukt (5.16) ist somit für alle Vektoren  $i \neq k$  gleich null; für die Diagonalelemente  $i = k$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} g_{uu} &= \gamma^2 \cosh^2 u \Leftrightarrow \gamma^2 \cos^2 v, \\ g_{vv} &= \gamma^2 \cosh^2 u \Leftrightarrow \gamma^2 \cos^2 v, \\ g_{\varphi\varphi} &= \gamma^2 \sinh^2 u \sin^2 v. \end{aligned} \tag{5.17}$$

Bei lokal orthogonalen Koordinatensystemen ist folgende Bezeichnung für die nicht-verschwindenden Skalarprodukte üblich:

$$g_{ik} = h_i^2 \delta_{ik},$$

$$\begin{aligned} \text{und damit} \quad g_{uu} &= h_u^2 \Leftrightarrow h_u = \sqrt{g_{uu}}, \\ g_{vv} &= h_v^2 \Leftrightarrow h_v = \sqrt{g_{vv}}, \\ g_{\varphi\varphi} &= h_\varphi^2 \Leftrightarrow h_\varphi = \sqrt{g_{\varphi\varphi}}. \end{aligned} \tag{5.18}$$

Nach Berendt et al. [1990] gilt im elliptischen Koordinatensystem für den Gradienten

$$\nabla U = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_u} \frac{\partial U}{\partial u} \\ \frac{1}{h_v} \frac{\partial U}{\partial v} \\ \frac{1}{h_\varphi} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \end{pmatrix} \tag{5.19}$$

und für die Divergenz

$$\nabla \cdot \underline{U} = \frac{1}{h_u h_v h_\varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial u} (h_v h_\varphi U_u) + \frac{\partial}{\partial v} (h_\varphi h_u U_v) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (h_u h_v U_\varphi) \right]. \quad (5.20)$$

Unter Verwendung der Formeln (5.17) bis (5.20) läßt sich die Potentialgleichung  $\Delta\psi = \nabla \cdot \nabla\psi = 0$  in elliptischen Koordinaten wie folgt schreiben:

$$\Delta\psi = \frac{1}{h_u h_v h_\varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{h_v h_\varphi}{h_u} \frac{\partial\psi}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{h_\varphi h_u}{h_v} \frac{\partial\psi}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{h_u h_v}{h_\varphi} \frac{\partial\psi}{\partial \varphi} \right) \right] = 0.$$

Aufgrund der Rotationssymmetrie ist das Magnetfeld im Innern des Ellipsoids unabhängig von der azimuthalen Koordinate  $\varphi$ . Für die Potentialgleichung ergibt sich dann die einfachere Form:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left( \sinh u \sin v \frac{\partial\psi}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \sinh u \sin v \frac{\partial\psi}{\partial v} \right) = 0. \quad (5.21)$$

Zur Lösung dieser Differentialgleichung macht man den Ansatz:

$$\psi = f(u) \cos v. \quad (5.22)$$

Dann ist die Lösung der Potentialgleichung (5.21) durch die Differentialgleichung:

$$\frac{d}{du} [\sinh u f'(u)] \Leftrightarrow 2 \sinh u f(u) = 0$$

gegeben, welche für das homogene Feld  $f_1(u) = \cosh u$  im Innern des Rotationsellipsoids erfüllt ist.

Für das Potential  $\psi_1$  innerhalb des Ellipsoids erhält man mit dem Ansatz (5.22):

$$\boxed{\psi_1 = F_2 \cosh u \cos v}$$

mit der Konstanten  $F_2$ .

Das Potential  $\psi_2$  im Außenraum erhält man durch den Ansatz  $f_a(u) = \cosh u U(u)$ . Damit ergibt sich für  $U(u)$  die Differentialgleichung:

$$U''(u) + \frac{3 \sinh^2 u + 1}{\sinh u \cosh u} U'(u) = 0,$$

die unmittelbar integrabel ist. Mit den Integrationskonstanten  $A$  und  $F$  liefert sie die Lösung:

$$U(u) = \frac{A}{2} \ln \frac{\cosh u + 1}{\cosh u - 1} + \frac{A}{\cosh u} + F.$$

## 5 Die Permeabilität

---

Damit ergibt sich für  $f_a(u)$

$$f_a(u) = \cosh u U(u) = A \left( 1 + \frac{\cosh u}{2} \ln \frac{\cosh u \Leftrightarrow 1}{\cosh u + 1} \right) + F \cosh u,$$

und das Potential im Außenraum ist somit

$$\boxed{\psi_2 = F \cos v \cosh u + A \left( 1 + \frac{\cosh u}{2} \ln \frac{\cosh u \Leftrightarrow 1}{\cosh u + 1} \right) \cos v.}$$

Dabei ist das Feld  $F$  außerhalb des Ellipsoids als gegeben anzusehen. Das Feld im Innenraum  $F_2$  und die Integrationskonstante  $A$  müssen durch Randbedingungen bestimmt werden. Die Randbedingungen besagen zum einen, daß die Potentiale im Innen- und Außenraum für einen Punkt auf der Oberfläche des Ellipsoids identisch sind. Des weiteren müssen die Gradienten des Feldes in Normalenrichtung  $\frac{\partial \psi}{\partial n} \equiv \underline{n} \cdot \nabla \psi$  auf der Ellipsoidoberfläche übereinstimmen:

$$\psi_1 = \psi_2 \Big|_{u=u_0} \quad \text{und} \quad \mu \frac{\partial \psi_1}{\partial n} = \frac{\partial \psi_2}{\partial n} \Big|_{u=u_0}.$$

Für die erste Randbedingung  $\psi_1 = \psi_2$  ergibt sich:

$$F_2 = F + A \left( \frac{1}{\cosh u_0} + \frac{1}{2} \ln \frac{\cosh u_0 \Leftrightarrow 1}{\cosh u_0 + 1} \right). \quad (5.23)$$

Für die zweite Randbedingung  $\mu \frac{\partial \psi_1}{\partial n} = \frac{\partial \psi_2}{\partial n}$  erhält man:

$$\mu F_2 = F + A \left( \frac{\cosh u_0}{\sinh^2 u_0} + \frac{1}{2} \ln \frac{\cosh u_0 \Leftrightarrow 1}{\cosh u_0 + 1} \right). \quad (5.24)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (5.23) und (5.24) kann die Integrationskonstante  $A$  bestimmt werden:

$$A = \sinh^2 u_0 \cosh u_0 (\mu \Leftrightarrow 1) F_2. \quad (5.25)$$

Durch Einsetzen der Integrationskonstanten  $A$  in Gleichung (5.23) kann diese eliminiert werden:

$$F = F_2 \left[ 1 \Leftrightarrow \sinh^2 u_0 (\mu \Leftrightarrow 1) \left( 1 + \frac{1}{2} \cosh u_0 \ln \frac{\cosh u_0 \Leftrightarrow 1}{\cosh u_0 + 1} \right) \right].$$

Mit den Transformationsgleichungen (5.14) der Halbachsen folgt:

$$F = F_2 \left[ 1 \Leftrightarrow (\mu \Leftrightarrow 1) \frac{b^2}{\gamma^2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{a}{\gamma} \ln \frac{a \Leftrightarrow \gamma}{a + \gamma} \right) \right].$$

## 5 Die Permeabilität

---

Weiterhin folgt mit der Suszeptibilität  $\chi = \mu \Leftrightarrow 1$  und der numerischen Exzentrizität  $\varepsilon = \frac{a}{\gamma}$  und  $b^2 = a^2 \Leftrightarrow \gamma^2$ :

$$F = F_2 \left[ 1 + \chi \frac{1 \Leftrightarrow \varepsilon^2}{\varepsilon^3} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 \Leftrightarrow \varepsilon} \Leftrightarrow \varepsilon \right) \right]. \quad (5.26)$$

Der Vergleich von Gleichung (5.26) mit Gleichung (5.12) liefert für den Entmagnetisierungsfaktor:

$$N = \frac{1 \Leftrightarrow \varepsilon^2}{\varepsilon^3} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 \Leftrightarrow \varepsilon} \Leftrightarrow \varepsilon \right).$$

Substituiert man  $\varepsilon = \sqrt{1 \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda^2}}$ , so erhält man

$$N = \frac{1}{\lambda^2 \Leftrightarrow 1} \left[ \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 \Leftrightarrow 1}} \ln \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 \Leftrightarrow 1} \right) \Leftrightarrow 1 \right]$$

für den Entmagnetisierungsfaktor. Dabei ist  $\lambda = \frac{a}{b}$  das Verhältnis von Länge zu Durchmesser des Ellipsoids. Die Permeabilität der Form  $m$  ergibt sich aus dem Kehrwert des Entmagnetisierungsfaktors zu

$$m_{\text{Ellipsoid}} = \frac{\lambda^2 \Leftrightarrow 1}{\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 \Leftrightarrow 1}} \left[ \ln \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 \Leftrightarrow 1} \right) \Leftrightarrow 1 \right]}. \quad (5.27)$$

### 5.3.2 Die Rosenblatt-Formel für Stabkerne

Nicht-ellipsoidförmige Körper erfahren in einem äußeren homogenen Magnetfeld eine inhomogene Magnetisierung, so daß man nach Gleichung (5.12) für verschiedene Bereiche des Körpers unterschiedliche Entmagnetisierungskoeffizienten und somit auch verschiedene Formpermeabilitäten einführen muß.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Berechnung besteht darin, daß die Permeabilität der Form bei nicht-ellipsoidförmigen Kernen nicht nur von den geometrischen Größen des Körpers sondern auch von der Materialpermeabilität des Kernes abhängt. Diese wiederum beeinflusst die Orientierung der Magnetisierung in den Kernen. Nur wenn für die Permeabilität des Materials  $\mu \rightarrow \infty$  gilt, kann man von festen Werten  $N_\infty$  für den Entmagnetisierungsfaktor sprechen. Diese Voraussetzung wird bei den hochpermeablen Legierungen, aus denen die Kerne der Fluxgates bestehen, erfüllt. Im weiteren werden nur die Werte  $N_\infty$  und  $m_\infty$  verwendet, wobei der Index  $\infty$  weggelassen wird.

Obwohl für nicht-ellipsoidförmige Körper keine analytischen Formeln für den Entmagnetisierungsfaktor existieren, gibt es eine Vielzahl von empirischen und halbempirischen Formeln. So erhält man für Stabkerne bereits erste Näherungen, indem der Stabkern durch ein Ellipsoid angenähert wird [Rosenblatt, 1950]. Im Laufe

## 5 Die Permeabilität

---

der Zeit wurde die analytisch gefundene Formel (5.27) an experimentell gefundene Beobachtungen angepaßt, wodurch sich die Vielzahl der heute vorhandenen Formeln für die Permeabilität der Form erklärt. Eine Formel, die sich besonders durchgesetzt hat, ist die von M. A. Rosenblat [1954]. Während die meisten Formeln nur die relative Längenausdehnung  $\frac{l}{\sqrt{s}}$  enthalten, wobei  $l$  die Länge und  $s$  die Querschnittsfläche ist, berücksichtigt Rosenblat auch das Verhältnis  $\frac{\delta}{\rho}$  der Quergrößen des Kernes:

$$m = \frac{\pi l^2}{4s \left( \ln \frac{kl}{\delta + \rho} \Leftrightarrow 1 \right)}, \quad (5.28)$$

$$\text{mit } k = 4 \Leftrightarrow 0.732 \left[ 1 \Leftrightarrow \exp \left( \Leftrightarrow 5.5 \frac{\delta}{\rho} \right) \right].$$

Laut Afanassiev et al. [1998] zeigen Experimente, daß Messungen von der mit Gleichung (5.28) ermittelten Werte für die Permeabilität der Form um weniger als 5% abweichen. Das liefert für die Praxis ein durchaus annehmbares Ergebnis. In Kapitel 7 werden wir die Rosenblat-Formel (5.28), die hier nur für Stabkerne gültig ist, erweitern, so daß sie allgemein für jede Kernform angewendet werden kann.

# 6 Die Empfindlichkeit

In diesem Abschnitt soll die allgemeine Formel für die in der Aufnehmerspule eines Fluxgate-Magnetometers induzierte Spannung hergeleitet werden. Sie setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Dem nutzbaren Anteil, der eine Information über das zu messende Magnetfeld liefert, sowie einem Störanteil, der auf Unterschiede in den Kernen bzw. Kernhälften zurückzuführen ist. Letzteren gilt es so gering wie möglich zu halten. Mit der gefundenen allgemeinen Gleichung für die induzierte Spannung soll anschließend auf die Empfindlichkeit eines Fluxgates geschlossen werden.

## 6.1 Der Nutzanteil der induzierten Spannung

Das Induktionsgesetz besagt, daß die in einer Spule induzierte Spannung dem negativen Produkt aus Windungszahl  $w$  und der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses  $\phi$  entspricht:

$$U(t) = \Leftrightarrow w \frac{d\phi}{dt}. \quad (6.1)$$

Mit der Beziehung  $\phi = \underline{B} \cdot \underline{s}$ , wobei  $\underline{B}$  das Feld der magnetischen Induktion und  $\underline{s}$  die gerichtete Querschnittsfläche des Kernes ist, und der Einführung des Einheitsvektors in Richtung der Spulenachse  $\underline{i}_w^0$  ergibt sich für die induzierte Spannung

$$U(t) = \Leftrightarrow w s \underline{i}_w^0 \cdot \frac{d\underline{B}(\underline{H}_\Sigma(t))}{dt}. \quad (6.2)$$

Dabei ist  $\underline{H}_\Sigma(t)$  die Summe von dem schnell veränderlichen angelegten Wechsel-  
feld  $\underline{H}_1(t)$  und dem äußeren langsam variierenden Feld  $\underline{H}_0(t)$ . Durch Entwick-  
lung der Funktion  $\underline{B}(\underline{H}_\Sigma)$  in eine Taylor-Reihe um die kleine Wirkung  $\underline{H}_0$  und bei  
Beschränkung auf die ersten beiden Glieder für kleine Werte  $\underline{H}_0$  ergibt sich nach  
Bronstein et al. [1991] für die einzelnen Komponenten von  $\underline{B}(\underline{H}_\Sigma)$ :

$$B^k(\underline{H}_1 + \underline{H}_0) \cong B^k(\underline{H}) \Big|_{\underline{H}=\underline{H}_1} + \frac{\partial B^k(\underline{H})}{\partial H^j} \Big|_{\underline{H}=\underline{H}_1} H_0^j, \quad (6.3)$$

$$\text{mit} \quad B^k(\underline{H}) = \mu_0 \mu_i^k(\underline{H}) H^i, \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial B^k(\underline{H})}{\partial H^j} = \mu_0 \left( \frac{\partial \mu_i^k}{\partial H^j} H^i + \mu_j^k \right). \quad (6.5)$$

Obige Gleichungen wurden zur Verbesserung der Übersicht unter Verwendung der Einsteinschen Summationskonvention aufgeschrieben, bei der die Summenzeichen entfallen. Durch Einsetzen der Formeln (6.4) und (6.5) in Gleichung (6.3) ergibt sich für die  $k$ -te Komponente des Magnetfeldvektors:

$$\begin{aligned} B^k(\underline{H}_1 + \underline{H}_0) \cong \mu_0 \left[ \mu_i^k H_1^i + \left( \frac{\partial \mu_i^k}{\partial H_1^x} H_1^i + \mu_x^k \right) H_0^x \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial \mu_i^k}{\partial H_1^y} H_1^i + \mu_y^k \right) H_0^y + \left( \frac{\partial \mu_i^k}{\partial H_1^z} H_1^i + \mu_z^k \right) H_0^z \right]. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Zu bemerken ist, daß es sich bei Formel (6.5) in Analogie zur skalaren Gleichung (5.3) um die Komponenten des Tensors der differentiellen Permeabilität  $\hat{\mu}_d^*$  handelt. In vektorieller Form schreibt sich Gleichung (6.6) für das Magnetfeld eines einzelnen Kernes daher als:

$$\underline{B}(\underline{H}_\Sigma) = \mu_0 \{ \hat{\mu}^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_1(t) + \hat{\mu}_d^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_0(t) \}. \quad (6.7)$$

Falls der Vektor  $\underline{H}_1$  mit einer der Symmetrieachsen zusammenfällt, nimmt der Tensor  $\hat{\mu}_d^*$  Diagonalgestalt an:

$$\hat{\mu}_d^* = \begin{pmatrix} \mu_{d,x}^* & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{d,y}^* & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{d,z}^* \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Die Anregung soll im folgenden in  $x$ -Richtung erfolgen. Da  $\underline{H}_1$  dann unabhängig von  $H_y$  und  $H_z$  ist, entfallen die Terme  $\frac{\partial \mu_i^k}{\partial H^j} H^i$  für die Komponenten  $\mu_{d,y}^*$  und  $\mu_{d,z}^*$ . Damit ergeben sich die dynamischen Permeabilitäten zu  $\mu_{d,x}^* = \mu_{d,x}^*$ ,  $\mu_{d,y}^* = \mu_y^*$  und  $\mu_{d,z}^* = \mu_z^*$ , wobei es sich um die aus Kapitel 5.1 bekannten normalen und differentiellen Permeabilitäten handelt.

Nun wollen wir die in der Aufnehmerspule einer Doppelkernsonde induzierte Spannung berechnen. Die Doppelkernsonde besteht aus zwei Kernen, deren Anregung durch entgegengesetzt gewickelte Anregungsspulen antiparallel erfolgt. Das resultierende Magnetfeld  $\underline{B}$  setzt sich additiv aus den Magnetfeldern  $\underline{B}_1$  und  $\underline{B}_2$  der einzelnen Kerne zusammen:

$$\begin{aligned} \underline{B}_1(\underline{H}_1 + \underline{H}_0) &= \mu_0 \{ \hat{\mu}^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_1(t) + \hat{\mu}_d^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_0(t) \}, \\ \underline{B}_2(\Leftrightarrow \underline{H}_1 + \underline{H}_0) &= \mu_0 \{ \Leftrightarrow \hat{\mu}^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_1(t) + \hat{\mu}_d^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_0(t) \}, \\ \underline{B}(\underline{H}_\Sigma) &= 2\mu_0 \hat{\mu}_d^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \underline{H}_0(t). \end{aligned} \quad (6.9)$$

## 6 Die Empfindlichkeit

Setzt man die Formel (6.9) für das resultierende Magnetfeld in das Induktionsgesetz (6.2) ein, so erhält man den Nutzanteil der induzierten Spannung, die in der beide Kerne umgebenden Aufnehmerspule induziert wird:

$$U(t) = \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \mu_0 \dot{z}_w^0 \cdot \left\{ \frac{d\hat{\mu}_d^*}{dt} \cdot \underline{H}_0(t) + \hat{\mu}_d^*(\underline{H}_1(t)) \cdot \frac{d\underline{H}_0}{dt} \right\}, \quad (6.10)$$

wobei  $s_{\Sigma} = 2s$  die summierte Querschnittsfläche der Kerne ist.

Im Falle eines Fluxgates mit Scheibenkernen, die aus einem in bezug auf die Permeabilität isotropen Material bestehen, und unter der Bedingung, daß die Vektoren  $\underline{H}_1$  und  $\underline{H}_0$  sowie die Spulenachsen von Anregungs- und Aufnehmerspule in der Scheibenebene liegen, ergeben sich laut Afanassiev et al. [1998] folgende Vereinfachungen: Zum einen nimmt der Tensor  $\hat{\mu}^*$  Skalarform an, und zum anderen beschreibt der Tensor  $\mu_d^*$  nur noch die vom Anregungsfeld  $\underline{H}_1(t)$  induzierte Anisotropie.

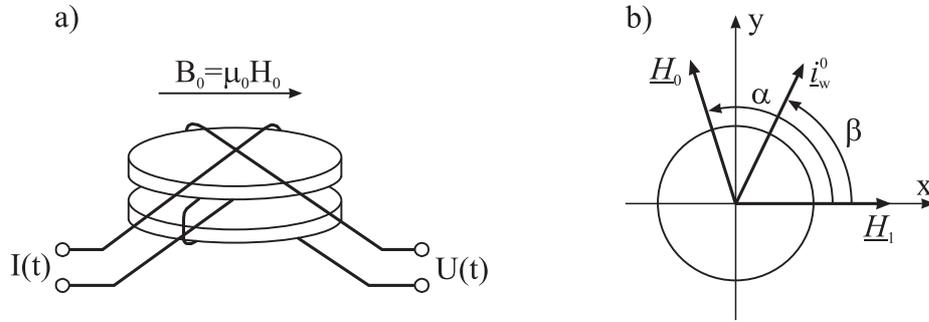


Abbildung 6.1: Das Fluxgate-Magnetometer mit Scheibenkernen (a) und das Vektordiagramm (b).

Unter der Annahme, daß die Scheibenkerne dünn sind, wird  $\mu_{d,z}^* \rightarrow 1$ , aber  $\mu_{d,x}^* \gg 1$  und  $\mu_{d,y}^* \gg 1$ , weshalb die Komponente senkrecht zu den Scheibenkernen vernachlässigt werden kann. Anstelle von Gleichung (6.8) erhält man:

$$\hat{\mu}_d^* = \begin{pmatrix} \mu_{d,x}^* & 0 \\ 0 & \mu_{d,y}^* \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Dabei gilt für die Komponenten des Tensors der differentiellen Permeabilität aufgrund der Anregung in  $x$ -Richtung  $\mu_{d,x}^* = \mu_d^*$  und  $\mu_{d,y}^* = \mu^*$ . Unter Einführung der Winkel  $\alpha = \angle(\underline{H}_1, \underline{H}_0)$  und  $\beta = \angle(\underline{H}_1, \dot{z}_w^0)$ , wobei  $\dot{z}_w^0$  in Richtung der Aufnehmerspulenachse zeigt, ergibt sich der Nutzanteil der induzierten Spannung aus Gleichung (6.10) zu:

$$\begin{aligned} U(t) &= \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \mu_0 \frac{d}{dt} \left\{ \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} \mu_d^* & 0 \\ 0 & \mu^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_0 \cos \alpha \\ H_0 \sin \alpha \end{pmatrix} \right] \right\} \\ &= \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \mu_0 \frac{d}{dt} \left( H_0 \begin{vmatrix} \mu_d^* & \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta \\ \mu^* & \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix} \right). \end{aligned} \quad (6.12)$$

## 6.2 Der Störanteil der induzierten Spannung

Unter der Voraussetzung, daß sowohl die Kerne bzw. Kernhälften als auch die die Kerne umgebenden Anregungsspulen identisch sind, besteht die in der Aufnehmerspule induzierte Spannung nur aus dem nutzbaren Anteil (6.12). In der Praxis kann eine solche Identität nicht erreicht werden, wodurch ein Ungleichgewicht des Anregungsfeldes entsteht. In der Aufnehmerspule wird infolge der asymmetrischen Verhältnisse eine zusätzliche Spannung induziert. Sie trägt keine Information über das zu messende Magnetfeld und ist daher ein Störeffekt.

Da die Anregungsfelder in einer Doppelkernsonde antiparallel sind, kann der Störanteil der induzierten Spannung  $U_{\neq}$  als Differenz der induzierten Spannungen, die von den Anregungsfeldern der Kernhälften in der Aufnehmerspule erzeugt werden, beschrieben werden:

$$U_{\neq} = U_1(t) \Leftrightarrow U_2(t). \quad (6.13)$$

Nach Afanassiev et al. [1998] ist der Störanteil gewöhnlich um den Faktor 100 kleiner als der von den Anregungsfeldern der beiden Kernhälften generierte nutzbare Anteil der induzierten Spannungen  $U_1$  und  $U_2$ , so daß  $|U_1| \approx |U_2|$  ist. Das Maß der Asymmetrie wird durch den Koeffizienten der Asymmetrie  $\varepsilon$  beschrieben, der unter obiger Voraussetzung als

$$\varepsilon = \frac{|U_{\neq}|}{|U_1| + |U_2|} \approx \frac{|U_{\neq}|}{2|U_1|} \quad (6.14)$$

definiert ist.

Für das Fluxgate-Magnetometer mit Scheibenkernen aus Abbildung 6.1 ergibt sich der Störanteil unter den dort genannten Bedingungen durch Einsetzen des ersten Summanden aus Gleichung (6.7) in das Induktionsgesetz (6.2) zu:

$$\begin{aligned} U_{\neq}(t) &= 2\varepsilon U_1(t) = \Leftrightarrow 2\varepsilon w s \mu_0 \frac{d}{dt} \left\{ \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} \mu^* & 0 \\ 0 & \mu^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right\} \\ &= \Leftrightarrow 2\varepsilon w s \mu_0 \frac{d}{dt} (\mu^*(H_1) H_1 \cos \beta) \\ &= \Leftrightarrow w s \Sigma \mu_0 \varepsilon \left( \mu^* \cos \beta \frac{dH_1}{dt} + H_1 \cos \beta \frac{d\mu^*}{dt} + \mu^* H_1 \frac{d}{dt} \cos \beta \right). \end{aligned}$$

Der zweite Term der Gleichung (6.7) entfällt, da dieser im vorliegenden Fall unabhängig vom Anregungsfeld  $H_1$  ist.

Nach dem Einsetzen von  $\frac{d\mu^*}{dt} = \frac{d\mu^*}{dH_1} \frac{dH_1}{dt}$  und Berücksichtigung der Definition der differentiellen Permeabilität (siehe Formel (5.3)) erhält man:

$$\begin{aligned} U_{\neq} &= \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \mu_0 \varepsilon \left( \mu_d^* \frac{dH_1}{dt} \cos \beta + \mu^* H_1 \frac{d}{dt} \cos \beta \right) \\ &= \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \mu_0 \varepsilon \begin{vmatrix} \mu_d^* & \Leftrightarrow H_1 \frac{d}{dt} \cos \beta \\ \mu^* & \frac{dH_1}{dt} \cos \beta \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

### 6.3 Die resultierende induzierte Spannung

Durch Zusammenführen der Gleichungen (6.12) und (6.15) kann die resultierende induzierte Spannung des Fluxgate-Magnetometers mit Scheibenkernen formuliert werden:

$$\begin{aligned} U_{\Sigma}(t) &= \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \xi \mu_0 \left\{ \varepsilon \begin{vmatrix} \mu_d^* & \Leftrightarrow H_1 \frac{d}{dt} \cos \beta \\ \mu^* & \frac{dH_1}{dt} \cos \beta \end{vmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \frac{d}{dt} \left( H_0 \begin{vmatrix} \mu_d^* & \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta \\ \mu^* & \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Dabei beschreibt die erste Determinante das Spektrum des Störanteils der induzierten Spannung und die zweite Determinante das Spektrum des Nutzsignals.

Die Gleichung (6.16) ist nicht nur auf Scheibenkerne anwendbar. Sie gilt für Fluxgates mit beliebigen Kernformen offener und geschlossener Art, solange die differentielle Permeabilität der Kerne durch die quadratische Diagonalmatrix (6.11) beschrieben wird. Dies ist der Fall, wenn die Symmetrieachsen des Kernes mit seinen Koordinatenachsen zusammenfallen und die Kerne dünn sind. Die letzte Bedingung ist bei den modernen, aus Permalloyband produzierten Kernen, wie z.B. Ringkernen, der Fall.

Wird die allgemeine Gleichung (6.16) im Zusammenhang mit geschlossenen Kernen (z.B. Ringkernen) benutzt, ist zu bedenken, daß der Entmagnetisierungsfaktor in bezug auf die zirkularen Anregungsfelder null ist. Nach Formel (5.9) können dann die Permeabilitäten des Körpers  $\mu^*$  und  $\mu_d^*$  in der ersten Determinante durch  $\mu$  und  $\mu_d$  ersetzt werden. Die zweite Determinante hingegen ändert sich nicht, da sich der geschlossene Kern in bezug auf das äußere zu messende Magnetfeld wie ein offener Kern verhält.

Die Anpassung der Formel (6.16) an die verschiedenen Kernformen geschieht durch den von Afanassiev et al. [1998] beschriebenen Koeffizienten  $\xi$ . Er hängt von der Lage der Kerne zueinander sowie vom Verhältnis des mittleren Durchmessers der Aufnehmerspule zur Kernlänge ab.

Bei der Herleitung der Empfindlichkeit des Fluxgate-Magnetometers im folgenden Abschnitt soll der Störanteil der induzierten Spannung vernachlässigt werden. Begründet wird dieser Schritt zum einen durch die Kleinheit des Störeffektes; zum anderen wurde von Afanassiev et al. [1998] gezeigt, daß das Spektrum des Störanteils nur ungerade Frequenzanteile besitzt, während das Spektrum des Nutzsignals nur gerade Harmonische aufweist. Der Störanteil der induzierten Spannung kann daher durch Verwendung eines Bandpaßfilters, z. B. dem in Kapitel 4 beschriebenen Synchrongleichrichter, weitgehend aus dem Gesamtsignal eliminiert werden.

## 6.4 Die Empfindlichkeit eines Fluxgate-Magnetometers

Unter Vernachlässigung des Störanteils ist die in der Aufnehmerspule eines Fluxgate-Magnetometers induzierte Spannung nach Formel (6.16) durch

$$U(t) = \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \xi \mu_0 \frac{d}{dt} \left( H_0 \begin{vmatrix} \mu_d^* & \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta \\ \mu^* & \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix} \right) \quad (6.17)$$

gegeben. Des weiteren soll das äußere zu messende Magnetfeld  $H_0$  als konstant angenommen werden und das Anregungsfeld  $H_1$  in Richtung der Aufnehmerspulenachse zeigen, so daß  $\cos \beta = 0$  gilt. Damit vereinfacht sich Gleichung (6.17) zu:

$$U(t) = \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \xi \mu_0 H_0 \frac{d}{dt} (\mu_d^* \cos \alpha), \quad (6.18)$$

und mit  $H_0 \cos \alpha = H_{0,i} = \frac{B_{0,i}}{\mu_0}$  aus Abbildung 6.2 ergibt sich:

$$U(t) = \Leftrightarrow w s_{\Sigma} \xi B_{0,i} \frac{d}{dt} \mu_d^*. \quad (6.19)$$

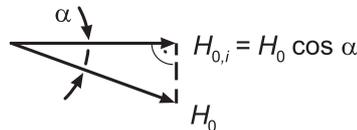


Abbildung 6.2: Das Vektordiagramm.

Die Funktion  $\mu_d^*(H_1(t))$  ist eine gerade, periodische Funktion, wie man leicht an der Definition (5.2) und in Abbildung 5.2 erkennen kann. Nach Bronstein et al. [1991] ist

## 6 Die Empfindlichkeit

---

eine solche Funktion durch harmonische Analyse in folgende Form der Fourier-Reihe um die geradzahigen Harmonischen entwickelbar:

$$\mu_d^*(H_1(t)) = \mu_{d,0}^* + \sum_{n=1}^{\infty} \mu_{d,2n}^* \cos(2n\omega t), \quad (6.20)$$

mit  $\mu_{d,0}^* = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \mu_d^*(\omega t) d(\omega t),$

$$\mu_{d,2n}^* = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \mu_d^*(\omega t) \cos(2n\omega t) d(\omega t).$$

Besonders einfach lassen sich die Fourier-Koeffizienten bei stückweiser linearer Approximation der Magnetisierungskurve (siehe Abbildung 6.3) berechnen. Die differentielle Permeabilität nimmt in diesem Fall nur zwei Werte an:

$$\mu_{d,\max}^* = \frac{\mu_{d,\max}}{1 + N(\mu_{d,\max} \Leftrightarrow 1)} = \frac{\mu_{d,\max} m}{m + \mu_{d,\max} \Leftrightarrow 1} \Big|_{\mu_{d,\max} \gg m \gg 1} \approx m,$$

$$\mu_{d,\min}^* = \frac{\mu_{d,\min}}{1 + N(\mu_{d,\min} \Leftrightarrow 1)} \Big|_{\mu_{d,\min} \rightarrow 1} \approx 1.$$

Die Funktion  $\mu_d^*(\omega t)$  ist auf dem Intervall  $[0, \pi]$  geradzahlig symmetrisch. Daher können die Integrale für die Fourier-Koeffizienten auch im Intervall  $[0, \frac{\pi}{2}]$  berechnet und mit zwei multipliziert werden:

$$\mu_{d,0}^* = 2 \frac{1}{\pi} m\theta = \frac{2m\theta}{\pi},$$

$$\mu_{d,2n}^* = 2 \frac{2}{\pi} m \frac{1}{2n} \sin(2n\theta) = \frac{2m}{n\pi} \sin(2n\theta).$$

Der Winkel  $\theta$ , bei dem die Sättigungsfeldstärke erreicht wird, wird Sättigungswinkel genannt. Setzt man die Koeffizienten in die Fourier-Reihe (6.20) ein, so ergibt sich für die differentielle Permeabilität:

$$\mu_d^*(H_1(t)) = \frac{2m}{\pi} \left( \theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n\theta)}{n} \cos(2n\omega t) \right). \quad (6.21)$$

Anschließend können die Harmonischen des Induktionssignals durch Einsetzen der Reihenentwicklung (6.21) in die Gleichung für die induzierte Spannung (6.19) zu

$$U_{2n}(t) = \underbrace{\frac{4}{\pi} \omega w s_{\Sigma} \xi m \sin(2n\theta) B_{0,i}}_{E_{m,2n}} \sin(2n\omega t) \quad (6.22)$$

bestimmt werden, wobei  $E_{m,2n}$  die Amplitude der entsprechenden geradzahigen Harmonischen des Ausgangssignals ist.

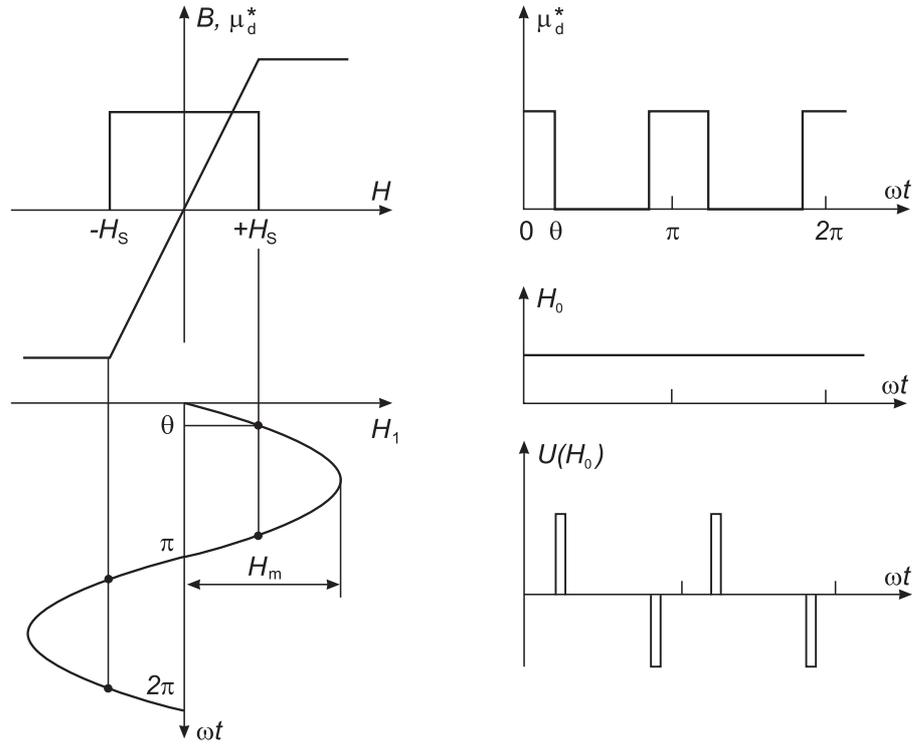


Abbildung 6.3: Arbeitsweise eines Fluxgate-Magnetometers bei stückweise linearer Approximation der Magnetisierungskurve.

Die Empfindlichkeit  $G$  eines Fluxgate-Magnetometers ist als Ableitung der Amplituden  $E_{m,2n}$  nach dem Magnetfeld  $B_{0,i}$  definiert. Sie ist für jede Harmonische unterschiedlich:

$$G_{2n} = \frac{dE_{m,2n}}{dB_{0,i}}. \quad (6.23)$$

Im konkreten Fall sind die Empfindlichkeiten der geradzahigen Harmonischen durch

$$G_{2n} = \frac{4}{\pi} \omega w s_{\Sigma} \xi m \sin(2n\theta). \quad (6.24)$$

gegeben. In der Praxis wird der Sättigungswinkel so gewählt, daß  $|\sin(2n\theta)|_{\max} = 1$  ist. Damit beträgt die maximale Empfindlichkeit des Magnetometers:

$$G_{\max} = \frac{4}{\pi} \omega w s_{\Sigma} \xi m. \quad (6.25)$$

Der Sättigungswinkel  $\theta$  der Kerne ist eine Funktion der Kernparameter und des Anregungsfeldes. Mögliche Anregungsfelder sind zum Beispiel, wie in Abbildung 6.3 dargestellt, Sinusfunktionen. Auch die rechteckförmige Anregung wird häufig verwendet. Die Sättigungswinkel ergeben sich aus Abbildung 6.3 und Afanassiev et al. [1998] zu

$$\theta_{\text{Sinus}} = \arcsin \frac{H_s}{H_m} \quad \text{und} \quad \theta_{\text{Rechteck}} = \frac{\pi \Leftrightarrow \tau}{2}, \quad (6.26)$$

## 6 Die Empfindlichkeit

---

wobei  $\tau$  die Periodendauer des Anregungsfeldes ist. Die Empfindlichkeiten für diese Anregungsarten erhält man durch Einsetzen der Sättigungswinkel in Gleichung (6.24):

$$G_{2,\text{Sinus}} = G_{\text{max}} \frac{2H_s}{H_m} \sqrt{1 - \left(\frac{2H_s}{H_m}\right)^2},$$
$$G_{2,\text{Rechteck}} = G_{\text{max}} \sin(\pi \leftrightarrow \tau).$$

Der Vergleich der Empfindlichkeiten von sinus- und rechteckförmiger Anregung zeigt, weshalb die Rechteckfunktion bevorzugt wird. Bei der Rechteckanregung ist der Sättigungswinkel nur von der Pulsdauer abhängig, nicht aber von Amplitude  $H_m$  des Anregungsfeldes. Daher ist die Empfindlichkeit bei dieser Anregungsform nicht so anfällig gegen Störungen des Anregungsfeldes wie bei sinusförmiger Anregung.

Weitere Parameter, die die Empfindlichkeit beeinflussen, finden sich in dem Koeffizienten  $G_{\text{max}}$ . Die Formel (6.25) zeigt, daß die Empfindlichkeit nicht nur von der Anzahl der Wicklungen in der Aufnehmerspule abhängt, sondern auch von der Anregungsfrequenz mit der das Magnetometer betrieben wird. So verbessern hohe Anregungsfrequenzen die Empfindlichkeit des Magnetometers. Die Empfindlichkeit kann durch Erhöhen der Anregungsfrequenz aber nicht beliebig gesteigert werden; denn es muß gewährleistet sein, daß die Ummagnetisierung des Kernmaterials durch das hochfrequente Anregungsfeld in der Sättigungshystereseschleife (siehe Abbildung 5.1) stattfindet. Bei den gebräuchlichen Kernmaterialien bedeutet das eine maximale Anregungsfrequenz von etwa 50 kHz. Fernerhin wird die Empfindlichkeit durch die Permeabilität der Form und die Querschnittsfläche beeinflusst.

Bisher waren sämtliche Überlegungen auf die Empfindlichkeit von Einzelsensoren bezogen. Einzelsensoren sind Fluxgates, die sich auf die Messung einer einzelnen Magnetfeldkomponente beschränken. Deshalb handelt es sich bei der Empfindlichkeit um eine skalare Funktion. Werden mit einem Fluxgate mehrere Komponenten des Magnetfeldes gemessen, wird die Empfindlichkeit durch eine Vektorfunktion dargestellt. Die Komponenten der Parameter werden im folgenden mit dem Index  $i$ , wobei  $i = x, y, z$  ist, gekennzeichnet. Für den Aufbau eines mehrachsigen Fluxgate-Magnetometers gibt es verschiedene Möglichkeiten. Einerseits kann jede Komponente durch einen Einzelsensor realisiert sein. Die Komponenten der Empfindlichkeitsparameter sind dann unabhängig voneinander, weil sie für jeden Einzelsensor getrennt gewählt werden können. Andererseits können z. B. mit Ringkernen mehrere Komponenten des Magnetfeldes mit einem einzigen Kern gemessen werden. Der mit einer Anregungsspule bewickelte Kern wird in diesem Fall von mehreren Aufnehmerspulen umgeben. Durch den gemeinsamen Kern sind die Vektorkomponenten der kernabhängigen Parameter im Gegensatz zur ersten Variante voneinander abhängig. Als dritte Möglichkeit für den Aufbau ist eine Kombination der beiden Methoden denkbar.

Das Ziel der Entwicklung soll ein Instrument sein, das für alle Komponenten des Magnetfeldes die gleiche Empfindlichkeit aufweist. Eine Grundvoraussetzung dafür ist die Isotropie der Empfindlichkeitsparameter in allen zu messenden Richtungen. Schwierigkeiten machen dabei die Größen, deren Vektorkomponenten nicht unabhängig voneinander sind. Dies gilt, wie wir in Abschnitt 5.3 festgestellt haben, insbesondere für die Permeabilität der Form, auf die sich die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit beschränken sollen. Die Bedingungen für die Isotropie eines Mehrachs-Magnetometerkernes in bezug auf die Formpermeabilität sollen im folgenden Kapitel erörtert werden.

# 7 Der Netzbandkern

In Kapitel 6 haben wir die Variablen der Empfindlichkeit auf die Permeabilität der Form  $m_i$  reduziert. Daher müssen wir zum Erreichen einer richtungsunabhängigen Empfindlichkeit im folgenden nur noch eine Kernform berechnen, bei der  $m_i$  in allen Meßrichtungen gleich ist. Bevor die Permeabilität der Form eines Kernes mit Hilfe der Rosenblatt-Formel berechnet werden kann, muß die ursprünglich für Stabkerne geltende Formel auf beliebige Kernformen erweitert werden. Anschließend soll der zweidimensionale Fall des häufig verwendeten Ringkernes untersucht werden. Danach wird der elliptische Kern, der die Basis des dreidimensionalen Netzbandkernes darstellt, berechnet.

## 7.1 Die allgemeine Rosenblatt-Formel

In modernen Fluxgate-Magnetometern werden aufgrund diverser Vorteile bevorzugt Ringkerne verwendet (siehe Kapitel 4). Daher war es nur eine Frage der Zeit, bis die in Abschnitt 5.3.2 zitierte Rosenblatt-Formel für Stabkerne auf beliebige Kernformen offener und geschlossener Art erweitert wurde. Den Übergang vom offenen Stabkern zum geschlossenen Ringkern erfolgt nach Abbildung 7.1. Der Ringkern setzt sich demnach aus zwei Ringhälften zusammen, die durch Umbiegen von Stabkernen entstehen.

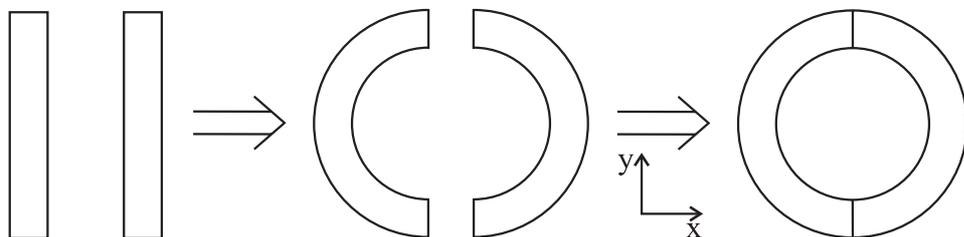


Abbildung 7.1: Der Übergang vom Stabkern zum Ringkern.

Die Rosenblatt-Formel für geschlossene Kerne erhält man, indem man die Länge des Kernes  $l$  in Formel (5.28) durch seine Ausdehnung in die betrachtete Richtung

$$L_i = \int_0^{\frac{l}{2}} d\underline{l} \cdot \underline{i}^0 \quad \text{mit } i=x, y, z$$

ersetzt. Dabei ist  $d\underline{l}$  das Längenelement des geschlossenen Kernes und  $\underline{i}^0$  der Einheitsvektor in die betrachtete Richtung. Damit ergibt sich nach Afanassiev [1996a] die Permeabilität der Form von geschlossenen Kernen zu

$$m_i = \frac{\nu \pi L_i^2}{4s \left( \ln \frac{k L_i}{\delta + \rho} \leftrightarrow 1 \right)}. \quad (7.1)$$

Der hier eingeführte Faktor  $\nu$  bestimmt sich nach Afanassiev [1996b] aus dem Verhältnis der zweiten Harmonischen der induzierten Spannungen eines Fluxgate-Magnetometers, das nacheinander mit einem geschlossenen Kern und einem seiner Länge und seinem Querschnitt entsprechenden Stabkern betrieben wird. Zur Verbesserung der Statistik wird über  $n$  verschiedene Kernpaare gemittelt:

$$\nu = \frac{\sum_{j=1}^n U_{2,\text{geschl. Kern}}}{\sum_{j=1}^n U_{2,\text{Stabkern}}}.$$

Der Koeffizient  $\nu$  ist für die Kernform spezifisch und in Afanassiev et al. [1975] für verschiedene Kernformen untersucht worden.

Mit der allgemeinen Rosenblatt-Formel (7.1) kann die Permeabilität der Form beliebiger Magnetometerkerne in beliebigen Richtungen abgeschätzt werden. Die Formel gilt in dieser Form auch weiterhin für Stabkerne, wenn man  $L_i = l$  und  $\nu = 1$  setzt (vergleiche Formel (5.28)).

## 7.2 Der Ringkern

Mit der allgemeinen Rosenblatt-Formel wollen wir nun nachweisen, daß ein Ringkern in beide seiner Vorzugsrichtungen die gleiche Empfindlichkeit aufweist. Unter der im Kapitel 6.4 gemachten Annahme, daß die Empfindlichkeit  $G$  nur eine Funktion der Permeabilität der Form ist und alle anderen Parameter konstant sind, gilt für den Ringkern aus Abbildung 7.1:

$$\begin{aligned} G_x &\sim m_x, \\ G_y &\sim m_y. \end{aligned}$$

Bei Ringkernen entspricht die Größe  $L_i$  dem mittleren Ringdurchmesser  $D$ . Nach der allgemeinen Rosenblatt-Formel (7.1) gilt dann:

$$m_x = m_y = \frac{\nu\pi D^2}{4s \left( \ln \frac{kD}{\delta+\rho} \Leftrightarrow 1 \right)}. \quad (7.2)$$

Da für die Formpermeabilitäten  $m_x = m_y$  gilt, ist die Bedingung

$$G_x = G_y$$

für den Ringkern erfüllt.

### 7.3 Der elliptische Kern

Die Berechnungen im Zweidimensionalen haben gezeigt, daß der seit Jahren bewährte Ringkern tatsächlich in zwei Richtungen gleiche Empfindlichkeiten besitzt, was man aufgrund seiner Geometrie bereits vermuten konnte. Wenn es nun gelingen würde, diese Überlegungen auf das Dreidimensionale zu erweitern, d. h. eine Kernform mit den Empfindlichkeiten  $G_x = G_y = G_z$  zu entwerfen, so wäre es möglich, das Magnetfeld mit einem einzigen Kern vektoriell zu vermessen. Bei dieser Methode würde sich der gesamte Magnetometerkern stets im Nullfeld befinden. Damit würden eventuelle Querfeldeffekte entfallen, die durch die Kompensationspule eines separaten Sensors verursacht werden können (vergleiche Diplomarbeit Kügler [1991]).

Die gesuchte dreidimensionale Erweiterung läßt sich mit einem elliptischen Kern konstruieren. Bei einem elliptischen Kern wird das ferromagnetische Material, wie in Abbildung 7.2 b) gezeigt, ellipsenförmig auf der Oberfläche eines Hohlzylinders angebracht. Die Windungen der Anregungsspule werden toroidal um den Hohlzylinder gewickelt. Die dritte Dimension kommt dabei durch den Neigungswinkel  $\varphi$  der Ellipse zustande (siehe Abbildung 7.2 c)). Bei dem Neigungswinkel  $\varphi = 0$  geht der elliptische Kern in den Ringkern über.

Im Gegensatz zum Ringkern hat der elliptische Kern keinen konstanten Durchmesser; die Permeabilität der Form ist somit richtungsabhängig. Die Messung der Magnetfeldkomponenten soll in Richtung der Koordinatenachsen des elliptischen Kernes in Abbildung 7.2 erfolgen. Die Formpermeabilitäten in Richtung der Koordinatenachsen können mit der Formel (7.1) und den Längen  $L_i$  der Ellipse in diese Richtungen berechnet werden. In Richtung der  $x$ - und der  $y$ -Achse sind die Längen  $L_x$  und  $L_y$  durch den Durchmesser  $D$  des Hohlzylinders vorgegeben. Für die Permeabilität der Form gilt somit:

$$m_x = m_y = \frac{\nu\pi D^2}{4s \left( \ln \frac{kD}{\delta+\rho} \Leftrightarrow 1 \right)}. \quad (7.3)$$

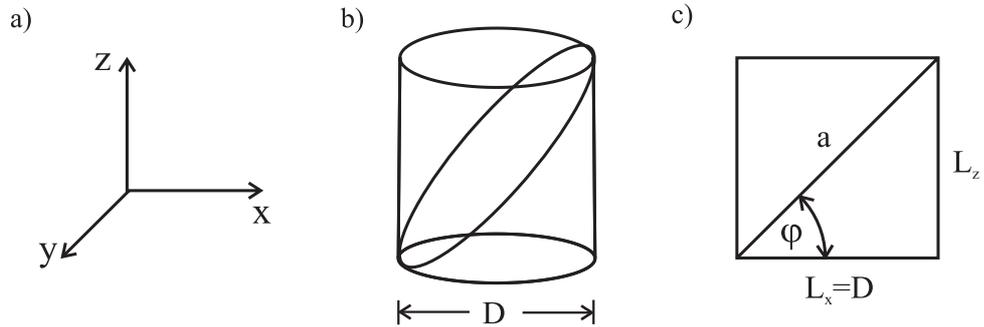


Abbildung 7.2: Der Netzbandkern: a) Das Koordinatensystem, b) Das Modell des elliptischen Kernes, c) Schnitt durch den Zylinder in der Ebene der großen Halbachse.

In Richtung der  $z$ -Achse beträgt die Ausdehnung der Ellipse  $L_z = D \tan \varphi$ , wobei  $\varphi$  der Neigungswinkel der Ellipse bzw. ihrer großen Halbachse  $a$  zur  $x$ -Achse ist. Die Permeabilität der Form in  $z$ -Richtung ergibt sich dann nach Formel (7.1) zu

$$m_z = \frac{\nu \pi D^2 \tan^2 \varphi}{4s \left( \ln \frac{k D \tan \varphi}{\delta + \rho} \Leftrightarrow 1 \right)}. \quad (7.4)$$

Durch Vergleichen der Formeln (7.3) und (7.4) stellen wir fest, daß die Formpermeabilitäten in allen Richtungen identisch sind, falls der Winkel  $\varphi = 45^\circ$  beträgt; denn bei  $45^\circ$  nimmt der Tangens des Neigungswinkels den Wert eins an, und es gilt:

$$m_x = m_y = m_z = \frac{\nu \pi D^2}{4s \left( \ln \frac{k D}{\delta + \rho} \Leftrightarrow 1 \right)} \quad \text{für } \varphi = 45^\circ. \quad (7.5)$$

In diesem speziellen Fall entspricht die Höhe des Hohlzylinders seinem Durchmesser  $D$ . Da die Empfindlichkeiten proportional zu den Formpermeabilitäten sind, folgt für die Empfindlichkeiten in Richtung der drei Koordinatenachsen in diesem Fall:

$$G_x = G_y = G_z.$$

## 7.4 Der Netzbandkern

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß die Empfindlichkeit eines elliptischen Kernes in alle Richtungen gleich ist, wenn die Ellipse gegenüber der Horizontalen um einen Winkel von  $\varphi = 45^\circ$  geneigt ist. In der Praxis werden zur Steigerung der Empfindlichkeit mehrere elliptische Kerne auf der Oberfläche des Hohlzylinders angebracht. Die elliptischen Kerne formen dabei ein netzartiges Muster. Daher wird

## 7 Der Netzbandkern

---

dieser Kern als Netzbandkern bezeichnet. Die maximale Empfindlichkeit wird bei einer empirisch ermittelten Anzahl von vier elliptischen Kernen erreicht. Eine größere Anzahl von Ellipsen führt hingegen zur Abnahme der Empfindlichkeit. Der Grund dafür läßt sich anhand von Stabkernen erläutern.

Betrachten wir einen einzelnen Stabkern, so ist seine Empfindlichkeit proportional zur Permeabilität der Form. Die Permeabilität der Form ist nach der Rosenblatt-Formel (5.28) wiederum im wesentlichen proportional zum Quadrat der Länge des Kernes und umgekehrt proportional zu seiner Querschnittsfläche:

$$m \sim \frac{l^2}{s}$$

Die Empfindlichkeit zweier identischer, unendlich weit voneinander entfernter Kerne ist somit:

$$G \sim 2 \frac{l^2}{s}$$

Je mehr man aber die beiden Stabkerne einander nähert, desto mehr gleichen sie einem einzelnen Kern mit doppelter Querschnittsfläche, dessen Empfindlichkeit

$$G \sim \frac{l^2}{2s}$$

beträgt. Im letzten Fall ist die Empfindlichkeit deutlich geringer. Analog zu den Stabkernen nimmt die Empfindlichkeit des Netzbandkernes ab, wenn die einzelnen elliptischen Kerne aufgrund der höheren Anzahl näher aneinanderrücken.

Hergestellt wird der Netzbandkern aus ferromagnetischem Bandmaterial, in das das Netzmuster in einem photochemischen Prozeß eingätzt wird. Beim Aufwickeln des Bandes zu der Zylinderform werden durch das Netzmuster geschlossene Ellipsen geformt.

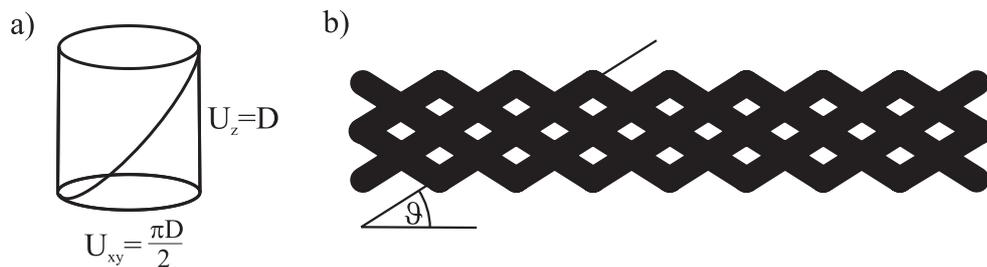


Abbildung 7.3: a) Modell zur Berechnung des Netzbandes,  
b) Vergrößertes Netzband (zwei Umläufe).

Zu beachten ist, daß der Neigungswinkel  $\varphi$  der Ellipsen nicht mit dem Winkel  $\vartheta$  übereinstimmt, mit dem die Geradenabschnitte des Netzes (siehe Abbildung 7.3 b))

## 7 Der Netzbandkern

---

gegenüber der Horizontalen geneigt sind. Der Tangens des Winkels  $\vartheta$  berechnet sich nach Abbildung 7.3 a) aus dem Quotienten der Umfangskomponenten  $U_i$ , die sich aus dem Zylinderdurchmesser und seiner Höhe ergeben:

$$\tan \vartheta = \frac{U_z}{U_{xy}} = \frac{D}{\frac{\pi D}{2}} = \frac{2}{\pi}$$
$$\Rightarrow \vartheta = 32.5^\circ.$$

Der entwickelte Netzbandkern hat ohne die Anregungsspule einen Durchmesser von 8 mm. Durch die Breite der Geradenstücke des Netzmusters von ca. 1.7 mm ergibt sich die maximale Höhe des Netzbandkernes zu 10 mm. Die genauen Abmessungen können Abbildung 7.4 entnommen werden.

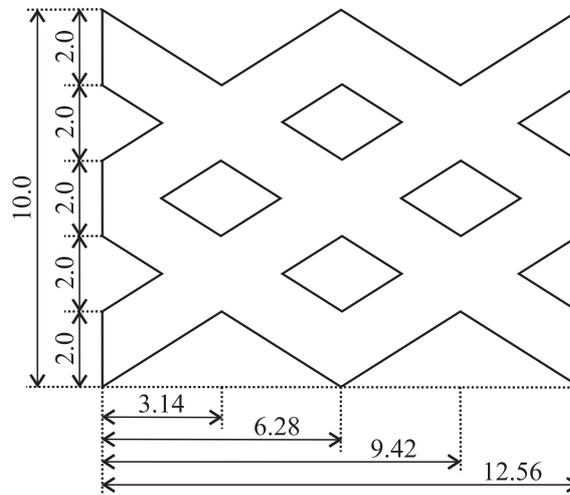


Abbildung 7.4: Abmessungen des Netzbandkernes in mm.

Der Netzbandkern besteht aus vier Lagen des geätzten Bandmaterials. Da sich der Zylinderdurchmesser mit jedem Umlauf vergrößert, muß das Netzmuster an den jeweiligen Durchmesser angepaßt werden, damit sich auch bei höheren Umlaufzahlen geschlossene Ellipsen ergeben. Ein solcher Netzbandkern wurde von Dr. Yuri Afanassiev und Mitarbeitern in St. Petersburg speziell nach unseren Dimensionierungen gefertigt. Er weist annähernd gleiche Empfindlichkeiten in allen drei Achsen auf.

# 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

Nachdem wir im ersten Teil dieser Arbeit den Netzbandkern theoretisch untersucht haben, wollen wir uns nun dem praktischen Teil zuwenden. Dieser befaßt sich mit der Temperaturabhängigkeit der Ausgangsspannung eines Fluxgate-Magnetometers. In den folgenden Kapiteln wollen wir die Ursache dieser Temperaturabhängigkeit erörtern sowie eine elektronische Schaltung untersuchen, die dieser Ursache entgegenwirkt. Die für die Berechnung der Bauelemente notwendigen Größen werden wir uns durch Messungen verschaffen. Mit den Messungen soll des weiteren die Frage geklärt werden, welches Material sich für den Spulenkörper besonders eignet.

Die Aufgabe eines Fluxgate-Magnetometers ist es, eine Ausgangsspannung zu liefern, die der äußeren Magnetfeldkomponente proportional ist. Damit eine hohe Linearität gegeben ist, muß der Skalenfaktor, der Magnetfeld und Spannung verbindet, über einen weiten Magnetfeld- und Temperaturbereich möglichst konstant sein. Dieses Kapitel wird zeigen, daß die Änderung des Skalenfaktors in der Hauptsache von der Temperatur abhängig ist. Es gibt nun zwei Möglichkeiten, den Temperatureffekt zu beseitigen. Unter der Bedingung, daß die Umgebungstemperatur und das Temperaturverhalten des Magnetometer-Sensors bekannt sind, können die Meßdaten nachträglich korrigiert werden. Andererseits kann das Temperaturverhalten elektronisch kompensiert werden. Der Vorteil der ersten Methode ist die Minimierung von Fehlerquellen durch Vermeidung zusätzlicher elektronischer Bauteile. Ist aber die Umgebungstemperatur unbekannt, ist die elektronische Temperaturkompensation notwendig, wie auch beim Einsatz in einem großen Temperaturintervall. Das *KTB*<sup>1</sup>-Magnetometer (Einsatzbereich: 0 °C bis +300 °C) und das Magnetometer des *MARS 94/96*<sup>2</sup> Satelliten (Einsatzbereich:  $\approx$ 100 °C bis +50 °C) sind nur zwei Beispiele für Fluxgates, die in einem sehr großen Temperaturbereich arbeiten.

In diesem Kapitel soll zunächst die Temperaturabhängigkeit der magnetischen Feldstärke im Inneren einer Rechteckspule untersucht werden. Die Änderung der

---

<sup>1</sup>Kontinentales Tiefbohrprogramm der Bundesrepublik Deutschland.

<sup>2</sup>Raumsonde zum Planeten Mars.

magnetischen Feldstärke ist auf Variationen der Spulenabmessungen zurückzuführen. Im folgenden wollen wir davon ausgehen, daß die Bewicklung des Spulenkörpers unter einer hinreichend großen Zugspannung stattfindet, so daß sich die Windungen an den Spulenkörper anlegen und weitgehend dessen Ausdehnung folgen [Kammel, 1990]. Für Spulenkörper mit isotroper Ausdehnung werden wir eine allgemeingültige Formel für den Zusammenhang zwischen Magnetfeld und Temperatur herleiten. Für den anisotropen Fall läßt sich aus dieser Formel aufgrund der besonderen Geometrie des verwendeten Spulenkörpers eine Näherung ableiten. Anschließend soll die elektronische Schaltung für die Temperaturkompensation vorgestellt werden. Mit den zuvor gewonnenen Erkenntnissen können dann Formeln für die Dimensionierung der Bauelemente der elektronischen Temperaturkompensationsschaltung hergeleitet werden.

## 8.1 Das Magnetfeld von Rechteckwindung und Rechteckspule

Zunächst soll das Magnetfeld auf der zur Windungsebene senkrechten und durch den Mittelpunkt verlaufenden Achse einer Rechteckwindung berechnet werden. Das Feld auf der Achse einer Rechteckspule ergibt sich durch Integration über die Spulenlänge.

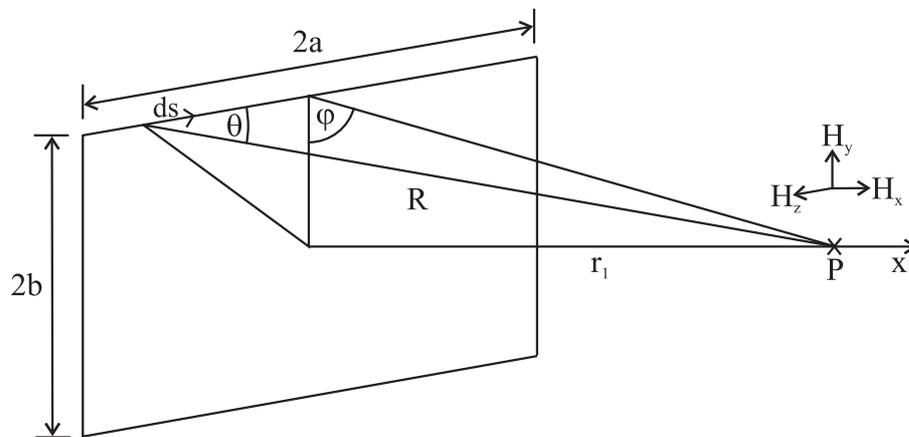


Abbildung 8.1: Die Rechteckwindung.

Nach dem Gesetz von Biot-Savart gilt für die magnetische Feldstärke

$$d\underline{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\underline{s} \times \underline{r}}{|\underline{r}|^3} \quad \text{bzw.} \quad dH = \frac{I \sin \theta}{4\pi R^2} ds. \quad (8.1)$$

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

Das Magnetfeld im Aufpunkt besteht aus drei Komponenten  $H_x$ ,  $H_y$  und  $H_z$ , wobei für  $H_y$  und  $H_z$  aus der Symmetrie  $H_{y,z} = \oint dH_{y,z} = 0$  folgt. In Richtung  $H_x$  gilt  $dH_x = dH \cos \varphi$ . Damit folgt:

$$dH_x = \frac{I}{4\pi} \frac{b}{\sqrt{r_1^2 + b^2}} \frac{\sin \theta}{R^2} ds. \quad (8.2)$$

Des weiteren gilt für den Abstand  $R$  und das Linienelement  $ds$

$$R = \frac{\sqrt{r_1^2 + b^2}}{\sin \theta} \quad \text{und} \quad ds = \frac{\sqrt{r_1^2 + b^2}}{\sin^2 \theta} d\theta, \quad (8.3)$$

so daß für das Feldstärkeelement

$$dH_x = \frac{I}{4\pi} \frac{b}{r_1^2 + b^2} \sin \theta d\theta \quad (8.4)$$

folgt. Damit ergibt sich die magnetische Feldstärke einer Rechteckwindung entlang der  $x$ -Achse durch Integration mit den Integrationsgrenzen

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \arctan \frac{r_1^2 + b^2}{a} \\ \theta_2 &= \pi \Leftrightarrow \arctan \frac{r_1^2 + b^2}{a} \end{aligned} \right\} \text{für Seiten der Länge } 2a$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \arctan \frac{r_1^2 + a^2}{b} \\ \theta_2 &= \pi \Leftrightarrow \arctan \frac{r_1^2 + a^2}{b} \end{aligned} \right\} \text{für Seiten der Länge } 2b$$

zu

$$H_x = \frac{I}{\pi} \frac{ab}{\sqrt{r_1^2 + a^2 + b^2}} \left[ \frac{1}{r_1^2 + a^2} + \frac{1}{r_1^2 + b^2} \right]. \quad (8.5)$$

Die magnetische Feldstärke auf der Achse einer Rechteckspule erhält man nun durch Integration von Formel (8.5) über die Länge der Spule (siehe Abbildung 8.2) und Multiplikation mit der Anzahl der Windungen:

$$\int_{r_1}^{r_2} H dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{nI}{\pi} \frac{ab}{\sqrt{r^2 + a^2 + b^2}} \left[ \frac{1}{r^2 + a^2} + \frac{1}{r^2 + b^2} \right] dr$$

$$\Rightarrow H = \frac{nI}{\pi l} \left[ \arctan \left( \frac{a}{b} \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + a^2 + b^2}} \right) + \arctan \left( \frac{b}{a} \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + a^2 + b^2}} \right) \right.$$

$$\left. \Leftrightarrow \arctan \left( \frac{a}{b} \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + a^2 + b^2}} \right) \Leftrightarrow \arctan \left( \frac{b}{a} \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + a^2 + b^2}} \right) \right]. \quad (8.6)$$

Für das Zentrum der Rechteckspule erhält man mit  $r_1 = r_2 = \frac{l}{2}$

$$H = \frac{2nI}{\pi l} \left[ \arctan \left( \frac{a}{b} \frac{l}{\sqrt{4a^2 + 4b^2 + l^2}} \right) + \arctan \left( \frac{b}{a} \frac{l}{\sqrt{4a^2 + 4b^2 + l^2}} \right) \right]$$

$$= \frac{2nI}{\pi l} \arctan \frac{l \sqrt{4a^2 + 4b^2 + l^2}}{4ab}. \quad (8.7)$$

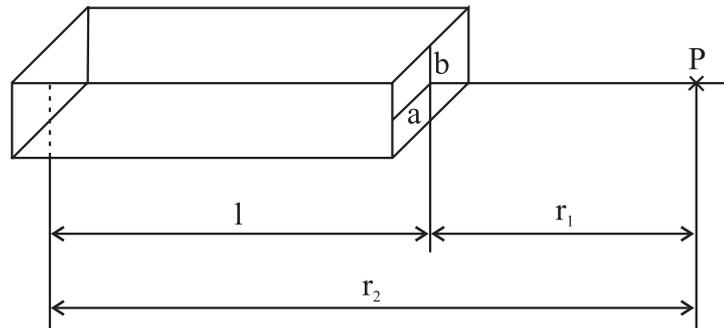


Abbildung 8.2: Die Rechteckspule.

Die meisten Materialien verändern ihre Abmessungen, wenn sie Temperaturänderungen ausgesetzt sind. Der Prozeß der Expansion oder Kontraktion ist reversibel, solange keine stofflichen Veränderungen eintreten. Das gilt auch für die Materialien eines Fluxgate-Sensors, dessen Länge, Breite und Höhe für weite Temperaturbereiche linear von der Temperatur abhängen.

Ist eine Rechteckspule Temperaturänderungen ausgesetzt, so müssen die Dimensionsänderungen, die sich in den einzelnen Richtungen ergeben, im allgemeinen separat betrachtet werden:

$$\begin{aligned} l &= l_0 (1 + \alpha_l \Delta T), \\ a &= a_0 (1 + \alpha_a \Delta T), \\ b &= b_0 (1 + \alpha_b \Delta T), \end{aligned} \tag{8.8}$$

wobei  $\Delta T$  die Temperaturänderung ist. Die Koeffizienten  $\alpha_l$ ,  $\alpha_a$  und  $\alpha_b$  heißen lineare Ausdehnungskoeffizienten<sup>3</sup>. Der Ausdehnungskoeffizient, der auch kurz als  $T_k$  bezeichnet wird, ist ein Maß für die Dimensionsänderung eines Materials pro Temperatureinheit. Seine Einheit wird in  $K^{-1}$  angegeben. Der Ausdehnungskoeffizient ist nicht nur vom Material abhängig, sondern auch vom Temperaturbereich.

Die temperaturabhängige magnetische Feldstärke im Zentrum einer Rechteckspule erhält man nun durch Einsetzen der temperaturabhängigen Dimensionen (8.8) in die Gleichung (8.7). Ist das Material des Spulenkörpers in bezug auf den  $T_k$  isotrop, so ist der Temperaturfaktor  $(1 + \alpha \Delta T)$  für alle Richtungen identisch. Damit kürzt sich dieser Term aus dem Argument der Arkustangensfunktion heraus. Für vorgegebene feste Abmessungen bleibt ihr Funktionswert somit konstant.

---

<sup>3</sup>Im folgenden wird das Wort *linear* weggelassen.

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

Für das Magnetfeld gilt damit:

$$B = \frac{k I}{l_0 (1 + \alpha \Delta T)}, \quad (8.9)$$

mit  $k = \frac{2n \mu_0}{\pi} \arctan \frac{l_0 \sqrt{4a_0^2 + 4b_0^2 + l_0^2}}{4a_0 b_0}$ .

Im Falle eines in bezug auf den  $T_k$  anisotropen Materials ist der Beitrag einzelner Dimensionsänderungen zur Magnetfeldänderung nicht analytisch berechenbar, da aufgrund der Richtungsabhängigkeit des Temperaturfaktors das Argument der Arkustangensfunktion in Gleichung (8.7) nicht konstant ist. Wichtige Erkenntnisse können jedoch durch Modellrechnungen gewonnen werden. Die folgenden Modellrechnungen gelten für die Bedingung, daß sich keine magnetischen Materialien im Spuleninneren befinden, die die Feldlinien verzerren. Diese Annahme ist zwar durch den im Sensor vorhandenen Magnetometerkern nicht sehr praxisnah, sie ist aber zum relativen Vergleich der Feldänderungen durchaus geeignet. Betrachtet wird eine Modellspule mit 1600 Windungen auf einem Spulenkörper, dessen Abmessungen in Breite, Höhe und Länge dem Spulenkörper in Abbildung 8.3 entsprechen. Dieser wurde auch bei den Testmessungen verwendet. Der dargestellte Spulenkörper ist identisch mit dem Spulenkörper eines Einzelsensors des bei der *KTB* und den Satellitenmissionen *GIOTTO*<sup>4</sup> und *TETHER*<sup>5</sup> verwendeten Magnetometers. Zur Vereinfachung vernachlässigen wir bei der Simulation den Steg zwischen den Spulenkammern; wir betrachten also eine durchgehende Spule.

Wird die Modellspule von einem Strom durchflossen, so ergibt sich in der  $x$ - $y$ -Ebene, die durch den Spulenzentrum verläuft, die in Abbildung 8.4 gezeigte, auf den Maximalwert normierte Feldverteilung.

Die Temperaturabhängigkeit des Magnetfeldes ist in jedem Punkt innerhalb der Spule unterschiedlich. Die Form der Feldverteilung in Abbildung 8.4 verändert sich daher in Abhängigkeit von der Temperatur. Die Abbildungen 8.5 und 8.6 zeigen die Änderungen der Feldstärke auf der  $x$ - und  $y$ -Achse der Modellspule unter Berücksichtigung der verschiedenen Ausdehnungsmöglichkeiten. Bei den Modellrechnungen wurde ein Temperaturkoeffizient von  $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  für den Spulenkörper angenommen. Dieser Wert entspricht ungefähr dem  $T_k$  der Glaskeramik *MACOR*, aus der der Spulenkörper des Original-*KTB*-Sensors gefertigt wurde. Die Temperaturänderung beträgt  $100 \text{ °C}$  und der in der Spule fließende Strom  $1 \text{ mA}$ .

---

<sup>4</sup>Raumsonde zum Kometen Halley.

<sup>5</sup>Tethered Satellite System. Der Satellit war dabei über ein bis zu  $20 \text{ km}$  langes Kabel mit dem Space Shuttle elektrisch verbunden.

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

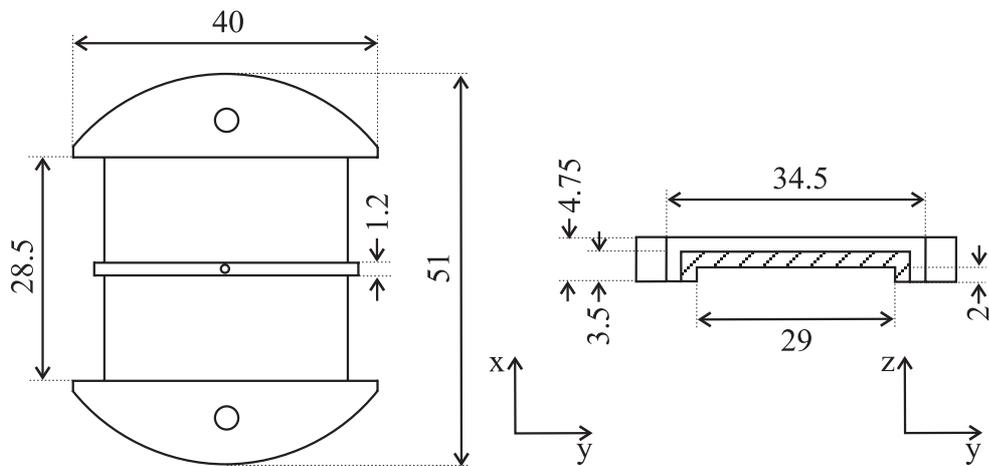


Abbildung 8.3: Die Maße des *KTB*-Einzelsensors. Die Achsen  $x$ ,  $y$  und  $z$  stehen für Länge, Breite und Höhe des Spulenkörpers.

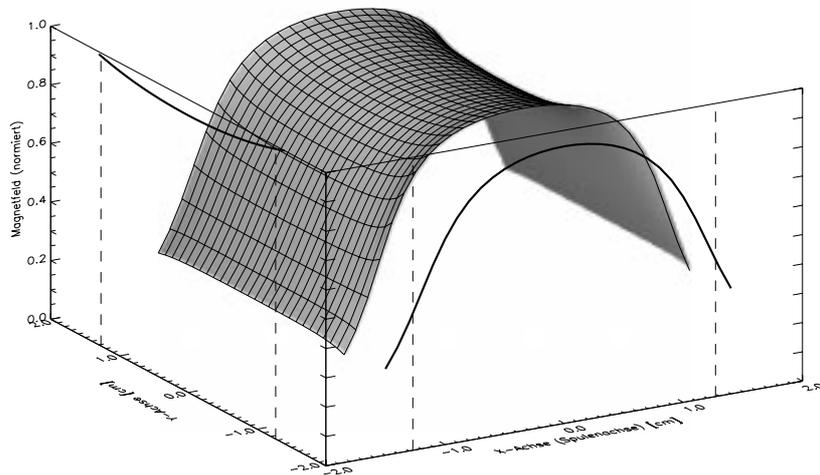


Abbildung 8.4: Das Magnetfeld der *KTB*-Modellspule in der  $x$ - $y$ -Ebene bei  $z=0$ .

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

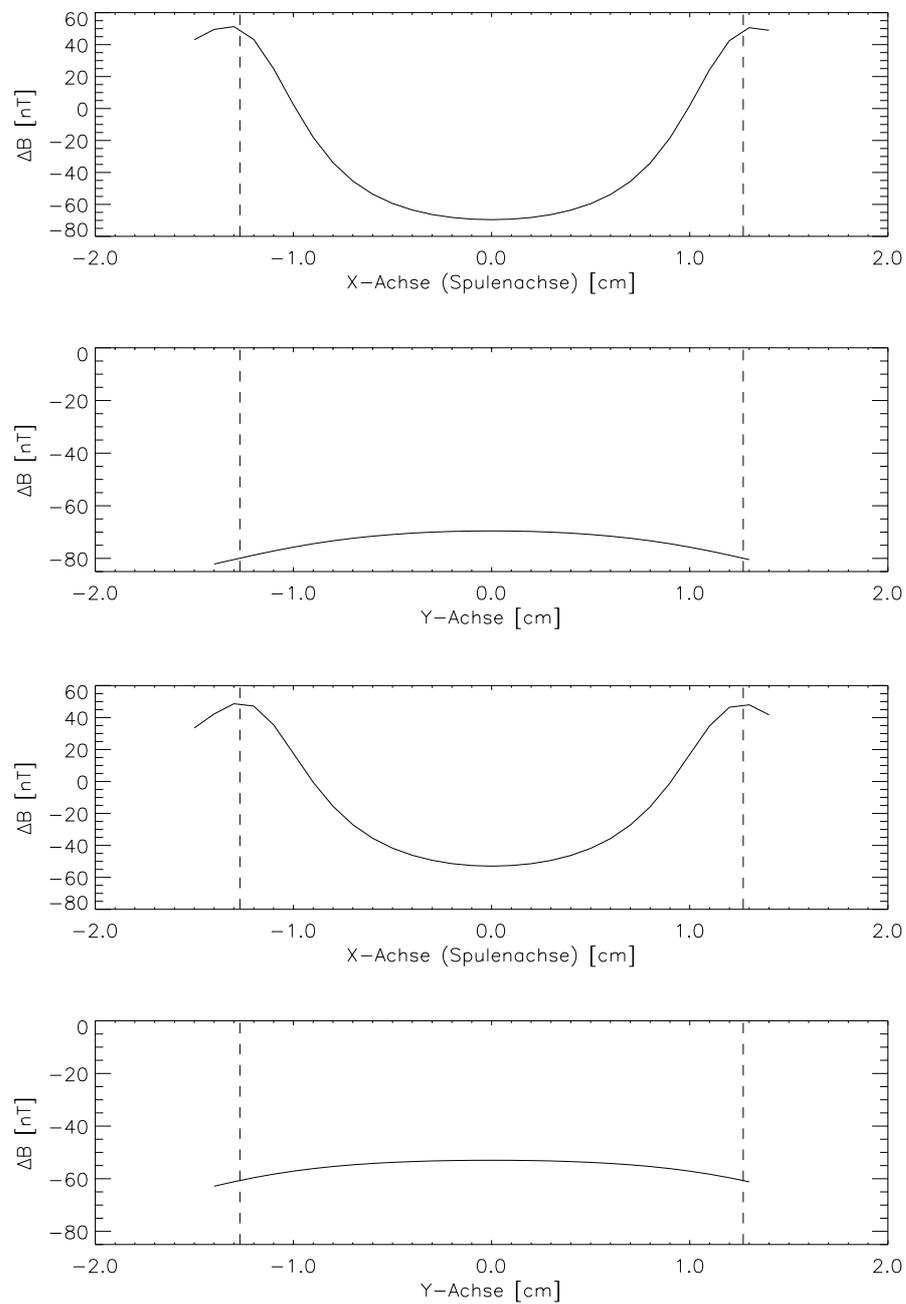


Abbildung 8.5: Die Magnetfeldänderung der *KTB*-Modellspule auf der *x*- bzw. *y*-Achse bei Temperaturänderung von  $\Delta T = 100$  °C und 1 mA Strom  $\equiv 70000$  nT. Isotrope Ausdehnung (oben), nur Längenausdehnung (unten).

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

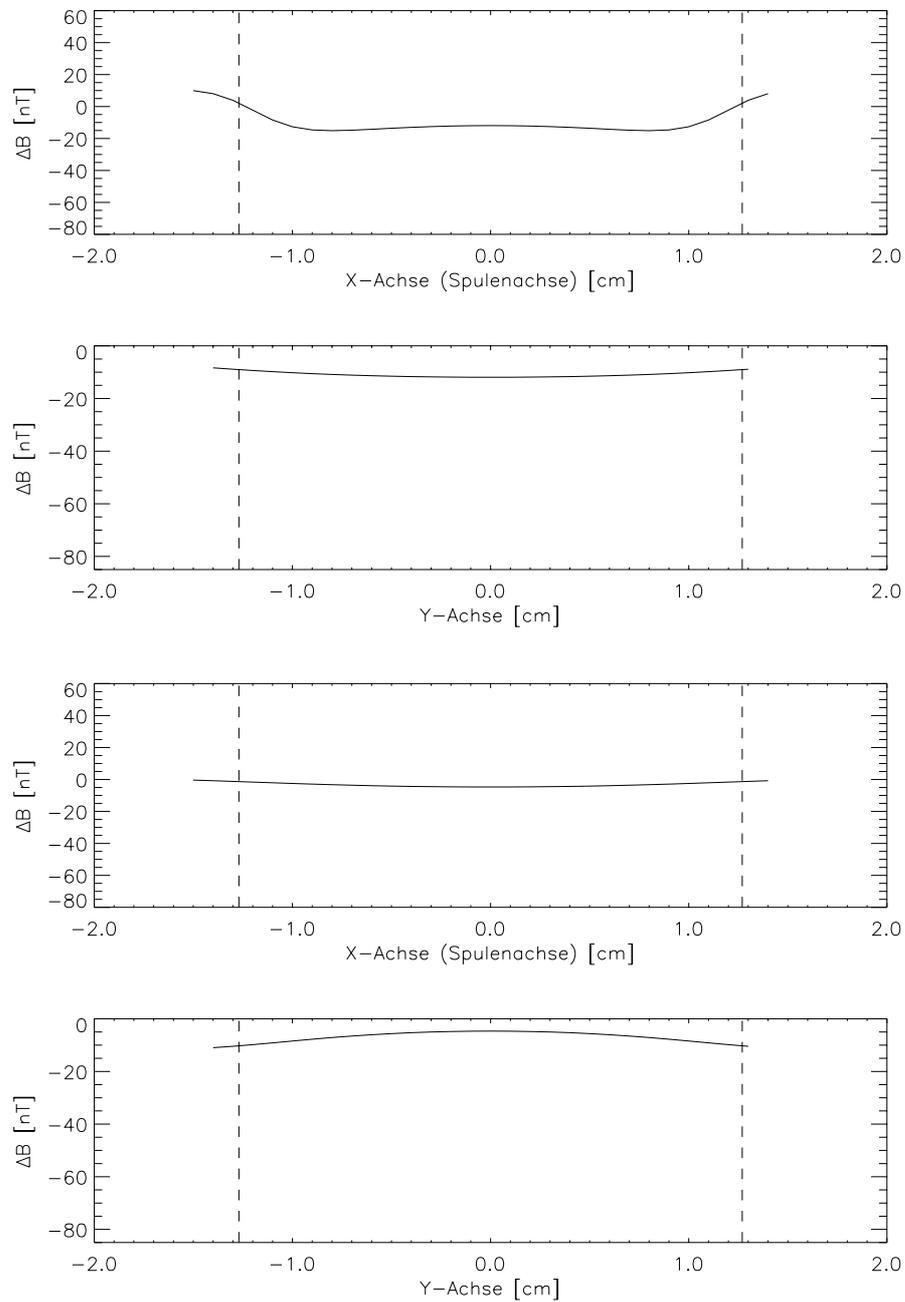


Abbildung 8.6: Die Magnetfeldänderung der *KTB*-Modellspule auf der *x*- bzw. *y*-Achse bei Temperaturänderung von  $\Delta T = 100$  °C und 1 mA Strom  $\equiv 70000$  nT. Nur Höhenausdehnung (oben), nur Breitenausdehnung (unten).

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

In der Tabelle 8.1 sind noch einmal die Beträge des Magnetfeldes der Modellrechnungen für den Spulenmittelpunkt zusammengefaßt worden. Sowohl aus den Abbildungen 8.5 und 8.6 als auch aus der Tabelle 8.1 wird deutlich, daß die Ausdehnung der Spule in Richtung der Spulenachse einen dreimal größeren Beitrag zur Änderung der magnetischen Feldstärke mit der Temperatur liefert als die Änderungen der beiden anderen Dimensionen zusammen. Höhen- und Breitenausdehnung der Spule werden daher bei der Herleitung der Bauteilgrößen für den elektronischen Schaltkreis zur Temperaturkompensation vernachlässigt. Analog Formel (8.9) gilt daher für die

<i>KTB-Modellspule</i>	$B$ [nT]	$\frac{\Delta B}{B}$
$T = 0\text{ }^\circ\text{C}$	70264	—
Material isotrop, $\Delta T = 100\text{ }^\circ\text{C}$	70194	$\Leftrightarrow 9.9 \cdot 10^{-4}$
nur Längenausdehnung, $\Delta T = 100\text{ }^\circ\text{C}$	70211	$\Leftrightarrow 7.5 \cdot 10^{-4}$
nur Breitenausdehnung, $\Delta T = 100\text{ }^\circ\text{C}$	70259	$\Leftrightarrow 0.7 \cdot 10^{-4}$
nur Höhenausdehnung, $\Delta T = 100\text{ }^\circ\text{C}$	70252	$\Leftrightarrow 1.7 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 8.1: Das Magnetfeld im Zentrum der *KTB*-Modellspule bei unterschiedlicher Ausdehnung.

Abhängigkeit des Magnetfeldes von der Temperatur in erster Näherung

$$B = \frac{k I}{l_0(1 + \alpha_1 \Delta T)}. \quad (8.10)$$

Im Unterschied zu Gleichung (8.9) steht an der Stelle des isotropen Ausdehnungskoeffizienten nur der  $T_k$  in Richtung der Spulenachse  $\alpha_1$ .

Bei einem Fluxgate-Magnetometer spielt die soeben untersuchte Temperaturabhängigkeit des Magnetfeldes in der Gegenkopplungsspule eine große Rolle, da sie sich direkt auf die Ausgangsspannung des Magnetometers auswirkt. Das zu messende Magnetfeld wird im Inneren des Sensors durch das Gegenkopplungsfeld in Meßrichtung kompensiert. Das Gegenkopplungsfeld wird durch den Gegenkopplungsstrom und die Spulenkonstante der Gegenkopplungsspule bestimmt. Der in der Gegenkopplungsspule fließende Strom, der das Kompensationsfeld erzeugt, ist damit proportional zu dem zu messenden Magnetfeld. Verändern sich nun die Abmessungen der Gegenkopplungsspule durch Temperatureffekte und mit ihnen auch die Spulenkonstante, so variiert infolgedessen auch der zum Magnetfeld und somit auch zur Ausgangsspannung proportionale Kompensationsstrom. Dieser Temperatureffekt kann aber mit der im nächsten Abschnitt dargestellten elektronischen Schaltung eliminiert werden.

## 8.2 Die spannungsgesteuerte Stromquelle

Die zur Kompensation des Temperatureffektes notwendige Schaltung wurde schon 1978 von Acuña vorgeschlagen, beschrieben und erfolgreich angewendet [Acuña, 1978]. Auch im Institut für Geophysik und Meteorologie in Braunschweig hat sich die Schaltungstechnik bewährt (vergleiche Dissertation Fieberg [1994]). Sie nutzt die Abhängigkeit des Spulendrahtwiderstandes von der Umgebungstemperatur aus. Steigt die Temperatur eines Metalls (hier Kupfer) an, so schwingen die im Metallgitter angeordneten Atome im allgemeinen stärker. Den freien Elektronen wird dadurch das Durchqueren des Leiters erschwert, der elektrische Widerstand des Metalles steigt an. Der Widerstand ist linear von der Temperatur abhängig. Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\beta$  ist ein Maß für diese Abhängigkeit. Für kleine Temperaturänderungen gilt:

$$R_C = R_0(1 + \beta \Delta T), \quad (8.11)$$

wobei  $R_0$  der Widerstand bei einer Referenztemperatur  $T_0$  ist. Wie bei den meisten metallischen Leitern ist der Temperaturkoeffizient  $\beta_{Cu}$  von Kupfer positiv. Der Widerstand der Spule nimmt mit wachsender Temperatur zu. Damit der Spulenstrom  $I_C$  unabhängig vom Widerstand der Spule bleibt, muß zusätzlich zu dem entsprechend dem Ohmschen Gesetz mit steigender Temperatur anwachsenden Spulenwiderstand ein ausgleichender *negativer* Widerstand generiert werden. Dazu wird ein Operationsverstärker verwendet, der als spannungsgesteuerte Stromquelle mit geerdetem Verbraucher beschaltet wird [Tietze et al., 1993]. Die Schaltung dafür ist in Abbildung 8.7 dargestellt.

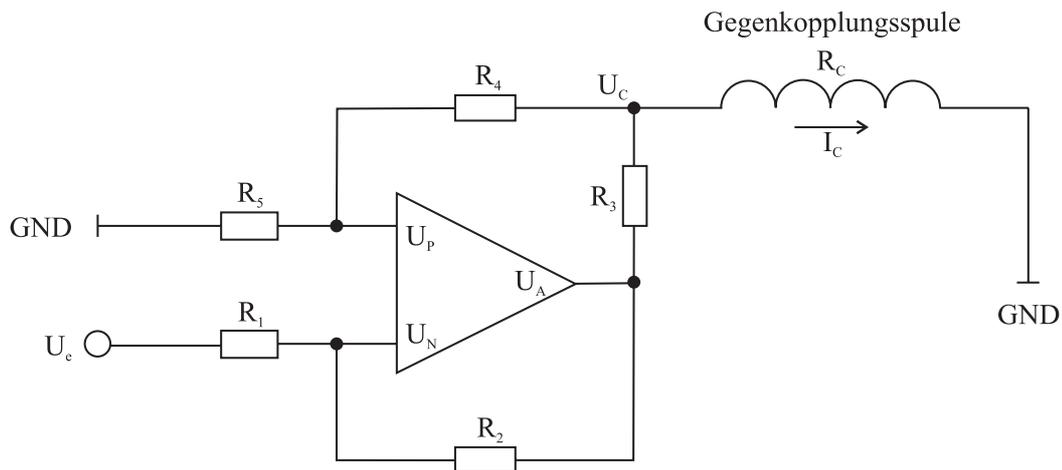


Abbildung 8.7: Die spannungsgesteuerte Stromquelle.

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

Die Eingangsspannung  $U_e$  entspricht der Gleichspannung, die am Ausgang des Integrators vorliegt. Zur Berechnung des Ausgangsstromes wendet man die Knotenregel auf den N- und den P-Eingang sowie den Ausgang des Operationsverstärkers an:

$$\frac{U_P}{R_5} + \frac{U_P \Leftrightarrow U_C}{R_4} = 0, \quad (8.12)$$

$$\frac{U_e \Leftrightarrow U_N}{R_1} + \frac{U_A \Leftrightarrow U_N}{R_2} = 0, \quad (8.13)$$

$$\frac{U_A \Leftrightarrow U_C}{R_3} + \frac{U_P \Leftrightarrow U_C}{R_4} = I_C. \quad (8.14)$$

Aus den Gleichungen (8.12) und (8.13) folgt:

$$U_P = \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_C, \quad (8.15)$$

$$U_N = \frac{R_2 U_e + R_1 U_A}{R_1 + R_2}, \quad (8.16)$$

so daß sich die Ausgangsspannung  $U_A$  unter der beim idealen Operationsverstärker geltenden Bedingung  $U_N \stackrel{!}{=} U_P$  zu

$$U_A = \frac{R_5 (R_1 + R_2)}{R_1 (R_4 + R_5)} U_C \Leftrightarrow \frac{R_2}{R_1} U_e \quad (8.17)$$

ergibt. Mit den Gleichungen (8.15) bis (8.17) und dem Ohmschen Gesetz  $U_C = R_C I_C$  erhält man für Formel (8.14):

$$I_C = \frac{\Leftrightarrow U_e}{\frac{R_1 R_3}{R_2} + R_C \frac{R_1 R_3 + R_1 R_4 - R_2 R_5}{R_2 (R_4 + R_5)}}. \quad (8.18)$$

Bei der im Experiment verwendeten Elektronik (2) wird die Ausgangsspannung des Integrators über eine Konstantstromquelle an die Gegenkopplungsspule geführt. Um diese zu realisieren, muß der Bruch bei  $R_C \equiv 0$  werden, d.h. die Bedingung

$$R_5 = \frac{R_1}{R_2} (R_3 + R_4) \quad (8.19)$$

erfüllt werden. Dann ist der Strom  $I_C$  unabhängig von dem Spulenwiderstand  $R_C$ , und es folgt:

$$I_C = \Leftrightarrow \frac{R_2}{R_1 R_3} U_e. \quad (8.20)$$

Soll der Temperatureffekt kompensiert werden, ist eine Konstantstromquelle unzureichend. Nach Gleichung (8.10) muß der Strom für ein konstantes äußeres Magnetfeld so geregelt werden, daß sich das Magnetfeld am Ort des Kernes trotz der mit

## 8 Die Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern

---

der Temperatur variierenden Spulenkonstante nicht ändert. Setzt man zur Vereinfachung die Widerstände  $R_1 = R_2 = R$  und  $R_5 = \frac{R}{2}$ , dann gilt für den Strom in der Gegenkopplungsspule:

$$I_C = \frac{\Leftrightarrow U_e}{R_3 + R_C \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}}}. \quad (8.21)$$

Die Temperaturabhängigkeit des Stromes ist dann nach Formel (8.11) für Kupferdraht durch

$$I_C = \frac{\Leftrightarrow U_e}{R_3 + R_0(1 + \beta_{Cu} \Delta T) \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}}}. \quad (8.22)$$

gegeben. Für das Magnetfeld gilt daher nach Gleichung (8.10):

$$B = \underbrace{\frac{\Leftrightarrow k U_e}{l}}_{= \text{const.}} \cdot \frac{1}{(1 + \alpha_1 \Delta T) \left( R_3 + R_0(1 + \beta_{Cu} \Delta T) \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}} \right)}. \quad (8.23)$$

Die Temperaturunabhängigkeit ist genau dann gegeben, wenn die Bedingung  $\frac{dB}{dT} = 0$  erfüllt ist, das heißt, es muß gelten:

$$\frac{\left[ \alpha_1 \left( R_3 + R_0(1 + \beta_{Cu} \Delta T) \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}} \right) + (1 + \alpha_1 \Delta T) R_0 \beta_{Cu} \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}} \right]}{(1 + \alpha_1 \Delta T)^2 \left( R_3 + R_0(1 + \beta_{Cu} \Delta T) \frac{R_3 + R_4 - \frac{R}{2}}{R_4 + \frac{R}{2}} \right)^2} \stackrel{!}{=} 0. \quad (8.24)$$

Unter Vernachlässigung der Terme zweiter Ordnung von  $\alpha_1 \beta_{Cu}$  ist Gleichung (8.24) genau dann erfüllt, wenn

$$R_4 = \frac{\gamma \left( \frac{R}{2} \Leftrightarrow R_3 \right) \Leftrightarrow \frac{R}{2}}{\gamma + 1}, \quad (8.25)$$

mit  $\gamma = \frac{R_0}{R_3} \left( 1 + \frac{\beta_{Cu}}{\alpha_1} \right)$

ist. Wird der Widerstand  $R_4$  nach dieser Bedingung gewählt, ist die Ausgangsspannung des Magnetometers unabhängig von der Temperatur. Gleichung (8.25) weist schon auf den nächsten Schritt hin: Um den Temperatureffekt bestmöglich zu kompensieren, müssen die Temperaturkoeffizienten  $\alpha_1$  und  $\beta_{Cu}$  genau bekannt sein. Ihre Messung soll daher Thema des nächsten Kapitels sein.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

In Kapitel 8 haben wir die Temperaturabhängigkeit der Ausgangsspannung auf Änderungen der Gegenkopplungsspulenlänge zurückgeführt. Des weiteren haben wir eine Schaltung kennengelernt, mit deren Hilfe die störende Temperaturabhängigkeit der Ausgangsspannung ausgeglichen werden kann. Die aus dem Schaltkreis resultierenden Formeln zur Dimensionierung der Widerstände der Temperaturkompensationsschaltung setzen voraus, daß der Ausdehnungskoeffizient des Spulenträgers  $\alpha_1$  und der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\beta_{\text{Cu}}$  von Kupfer möglichst genau bekannt sind. Dieses Kapitel soll sich daher mit der Messungen beider Parameter befassen.

Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\beta_{\text{Cu}}$  von Kupfer ist aus der Literatur bekannt. Er soll aber zur Sicherheit noch einmal überprüft werden. Anschließend soll der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_1$  von drei verschiedenen Materialien, die sich möglicherweise zur Herstellung eines temperaturstabilen Spulenkörpers für Magnetometer eignen, im Temperaturbereich von 20 °C bis 100 °C gemessen werden. Bei den Werkstoffen handelt es sich um die Glaskeramik *MACOR*, Bornitrid in hexagonaler Struktur und ein Glasfasergewebe, das im folgenden mit GFK bezeichnet wird. Während *MACOR* einen isotropen  $T_k$  besitzt, weisen die beiden anderen Materialien anisotrope Ausdehnungskoeffizienten auf. Die Messung des Ausdehnungskoeffizienten geschieht in den Meßlabors mit einem Interferometer. Die Längenänderungen der Probe mit der Temperatur werden durch Analyse von Interferenzmustern präzise gemessen. Die Genauigkeit ist von der Wellenlänge des verwendeten Lichtes abhängig und liegt im Nanometer-Bereich. Das Institut für Werkstoffkunde ist die einzige Einrichtung der Technischen Universität Braunschweig, die in der Lage ist, Ausdehnungskoeffizienten zu messen. Leider eignet sich deren Apparatur infolge einer speziellen Heiztechnik nur zur Messung bei Temperaturen oberhalb von 200 °C. Dieser Temperaturbereich entspricht aber nicht dem Einsatzbereich der Magnetometer für z. B. planetare Raumsonden:  $\approx 150$  °C bis +100 °C.

Es gibt aber auch noch andere Möglichkeiten, einen Ausdehnungskoeffizienten zu messen. So kann man zum Beispiel die in Kapitel 8 als Nachteil dargestellte Temperaturabhängigkeit der Ausgangsspannung dazu nutzen, die Längenausdehnung der Gegenkopplungsspule zu messen. Voraussetzung für die Messungen war die Anfertigung des *KTB*-Spulenkörpers aus den zu untersuchenden Materialien. Dieser Spulenkörper wurde in Kapitel 8 ausführlich untersucht, so daß mit den gewonnenen Formeln sowohl isotrope als auch anisotrope Ausdehnungskoeffizienten bestimmt werden können. Vor der Durchführung der Messungen mußten die Spulenkörper bewickelt werden.

### 9.1 Das Bewickeln der Spulenkörper

Die Spulenkörper aus den Materialien *MACOR*, Bornitrid und GFK entsprechen in den Abmessungen dem *KTB*-Spulenkörper nach Abbildung 8.3. Auf dem Spulenkörper befinden sich zwei Kammern, die die Kupferwindungen aufnehmen. Sie werden durch einen Steg voneinander getrennt. Der Steg weist in der Mitte ein Loch auf, durch das der Kern im Innern des Spulenkörpers befestigt und abgestimmt wird. Zur Bewicklung wurde eine Spulenwickelmaschine benutzt, mit der ein zweifach lackierter Kupferdraht von 0.12 mm Durchmesser auf die Spulenkörper gewickelt wurde. Es wurde angestrebt, jede Spulenkammer mit acht Lagen zu je 100 Windungen zu bewickeln. Das war nicht immer möglich, da das exakte, lückenlose aneinanderfügen der einzelnen Windungen auf dem Spulenkörper teilweise sehr schwierig war. Des weiteren gab es minimale Abweichungen der Werkstücke von den Originalmaßen, so daß die Gegenkopplungsspulen auf den verschiedenen Spulenkörpern aus 1450 bis 1600 Windungen bestehen. Die Windungszahlen sind in Tabelle 9.1 zusammengestellt. Es wurden zwei GFK-Spulenkörper bei unterschiedlicher Zugspannung des Kupferdrahtes bewickelt; der Spulenkörper GFK-1 mit ungefähr 1.7 N und GFK-2 mit etwa 2.1 N.

Material	Windungen
<i>MACOR</i>	1608
Bornitrid	1456
GFK-1	1518
GFK-2	1551

Tabelle 9.1: Die Windungszahlen der Gegenkopplungsspulen.

Nach dem Wickeln wurden die Spulenkörper im Temperaturschrank in mehreren Temperaturzyklen abwechselnd auf 100 °C erhitzt und danach auf  $\approx 30$  °C abgekühlt. Diese Maßnahme hat sich nach den ersten Testmessungen mit dem Bornitrid-

Spulenkörper als notwendig erwiesen. Durch die Temperaturzyklen werden mechanische Spannungen des Spulenkörpers und der Kupferwindungen abgebaut. Anschließend konnte mit den Messungen begonnen werden. Dabei habe ich zunächst den Temperaturkoeffizienten des spezifischen elektrischen Widerstandes von Kupfer verifiziert und im Anschluß daran die Ausdehnungskoeffizienten bestimmt.

### 9.2 Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes

Mit der Messung des Temperaturkoeffizienten des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\beta_{\text{Cu}}$  von dem hier verwendeten Kupfer sollen zwei Ziele verfolgt werden. Zum einen soll  $\beta_{\text{Cu}}$  absolut bestimmt und mit dem Literaturwert verglichen werden. Zum anderen soll überprüft werden, ob  $\beta_{\text{Cu}}$  durch die Zugspannung, mit der der Kupferdraht auf den Spulenkörper gewickelt wurde, beeinflusst wird. Aus diesem Grund wird  $\beta_{\text{Cu}}$  sowohl mit einer Luftspule als auch mit den unter Zugspannung gewickelten Gegenkopplungsspulen gemessen. Die Luftspule besteht aus einem spiralförmig aufgewickelten Kupferdraht, der *nicht* von einem Spulenkörper gehalten wird.

Die Formel für den temperaturabhängigen elektrischen Widerstand  $R$  eines Kupferdrahtes lautet nach Formel (8.10):

$$R = R_0(1 + \beta_{\text{Cu}} \Delta T), \quad (9.1)$$

wobei  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz zu der Temperatur  $T_0$  ist, zu der der Widerstandswert  $R_0$  gehört. Da  $\beta_{\text{Cu}}$  für kleine Temperaturintervalle konstant ist, handelt es sich bei der Funktion um eine Gerade (siehe Abbildung 9.1).

Der Temperaturkoeffizient  $\beta_{\text{Cu}}$  läßt sich daher aus Messungen des elektrischen Widerstandes bei mindestens zwei unterschiedlichen, bekannten Temperaturen bestimmen:

$$\beta_{\text{Cu}} = \frac{1}{R_0} \frac{\Delta R}{\Delta T}. \quad (9.2)$$

Der zweite Bruch entspricht der Steigung der gemessenen Geraden, so daß sich der Temperaturkoeffizient  $\beta_{\text{Cu}}$  durch Division der Geradensteigung durch den Anfangswiderstand  $R_0$  ergibt:

$$\beta_{\text{Cu}} = \frac{1}{R_0} \frac{R \Leftrightarrow R_0}{T \Leftrightarrow T_0}. \quad (9.3)$$

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

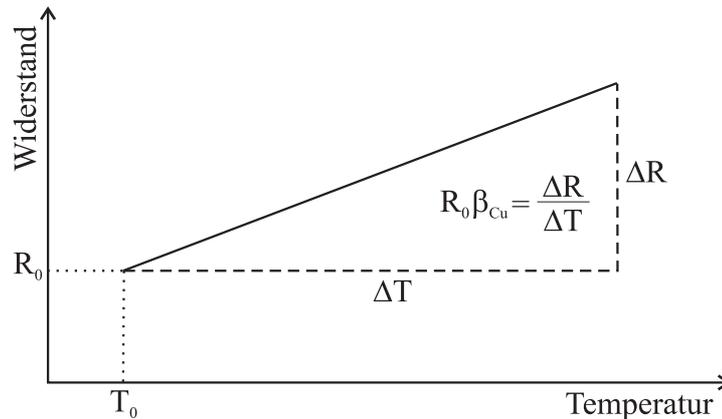


Abbildung 9.1: Das  $R(T)$ -Diagramm.

Sowohl die Temperaturmessungen als auch die Messungen des Widerstandes sind mit einem Fehler behaftet, der sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus

$$\Delta\beta_{\text{Cu}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta R_1}{R_0(T_1 \Leftrightarrow T_0)}\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{R_0(T_1 \Leftrightarrow T_0)} + \frac{R_1 \Leftrightarrow R_0}{R_0^2(T_1 \Leftrightarrow T_0)}\right) \delta R_0\right)^2 + \dots} \\ \dots + \left(\frac{(R_1 \Leftrightarrow R_0) \delta T_1}{R_0(T_1 \Leftrightarrow T_0)^2}\right)^2 + \left(\frac{(R_1 \Leftrightarrow R_0) \delta T_0}{R_0(T_1 \Leftrightarrow T_0)^2}\right)^2 \quad (9.4)$$

berechnet.

Bei den Messungen habe ich zunächst die Linearität der Funktion (9.1) mit der GFK-1-Gegenkopplungsspule überprüft. Wie das Ergebnis in Abbildung 9.2 zeigt, wird die Linearität des Widerstandes mit der Temperatur bestätigt.

Abweichungen der Meßwerte von der Regressionsgeraden ergeben sich insbesondere dadurch, daß sich die Spule bei den gemessenen Temperaturen nicht im thermischen Gleichgewicht befunden hat. Daher ist der Widerstand der Spulen fortan nur noch bei zwei unterschiedlichen Temperaturen im Temperaturschrank gemessen worden. Die weiteren Ergebnisse und die nach Formel (9.3) berechneten Temperaturkoeffizienten  $\beta_{\text{Cu}}$  sind in Tabelle 9.2 zusammengestellt.

Es zeigt sich, daß die Meßergebnisse mit dem Literaturwert von  $\beta_{\text{Cu}} = 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  gut übereinstimmen. Weiterhin sind die Ergebnisse unter Berücksichtigung des Fehlers für alle Spulen identisch. Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes zeigt sich somit unabhängig von der hier angelegten Zugspannung, mit der die Spulenkörper bewickelt wurden.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

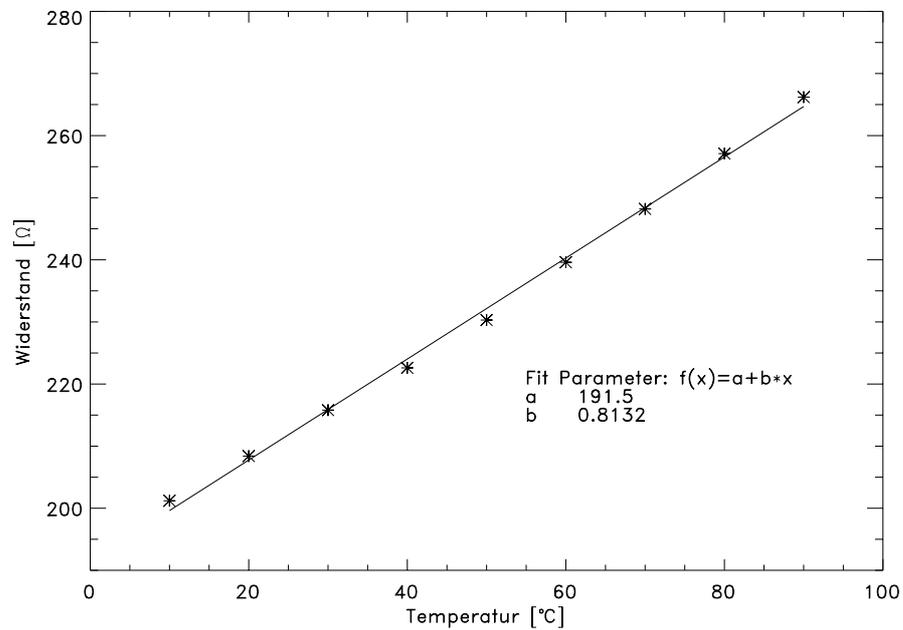


Abbildung 9.2: Die Messung des Temperaturkoeffizienten  $\beta_{\text{Cu}}$  mit der GFK-1-Gegenkopplungsspule.

Spule	$T_0$ [°C] $\pm 1^\circ\text{C}$	$R_0$ [Ω] $\pm 0.2 \Omega$	$T$ [°C] $\pm 1^\circ\text{C}$	$R$ [Ω] $\pm 0.2 \Omega$	$\beta_{\text{Cu}}$ [K <sup>-1</sup> ] $\pm 0.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
Luftspule	18	46.0	96	60.3	$4.0 \cdot 10^{-3}$
MACOR	19	235.2	100	309.6	$3.9 \cdot 10^{-3}$
GFK-1	10	201.2	90	266.2	$4.0 \cdot 10^{-3}$
	24	219.6	102	285.5	$3.8 \cdot 10^{-3}$
	7	208.0	102	285.0	$3.9 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 9.2: Der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes  $\beta_{\text{Cu}}$  von Kupfer.

### 9.3 Der lineare Ausdehnungskoeffizient des Spulenträgers

Auch mit der Messung des Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$  sollen mehrere Ziele verfolgt werden. Einerseits ist der Ausdehnungskoeffizient der zweite Parameter, der zur Berechnung der Widerstände in der Temperaturkompensationsschaltung notwendig ist. Andererseits ist es trotz ausgereifter Elektronik erstrebenswert, den Einfluß der elektronischen Korrektur der Temperatureffekte auf die Messung zu minimieren, um den Meßfehler so gering wie möglich zu halten. Von daher sollte der Spulenkörper aus einem Material gefertigt werden, dessen Abmessungen unter Einwirkung von Temperaturfluktuationen möglichst wenig variieren.

Im Gegensatz zu dem Temperaturkoeffizienten  $\beta_{\text{Cu}}$ , der in vielen Quellen angegeben ist, gibt es wenige Angaben zu den linearen Ausdehnungskoeffizienten der verwendeten Werkstoffe. Oft lassen die Angaben für die Ausdehnungskoeffizienten auch Zweifel an ihrer Zuverlässigkeit aufkommen. So gibt der Hersteller des hexagonalen Bornitrids im Temperaturbereich von 20 °C bis 250 °C in beiden Vorzugsrichtungen einen  $T_k$  von null an. Diese Angabe erscheint in Anbetracht des großen Temperaturintervalls unglaublich. Die Messung des Ausdehnungskoeffizienten ist aber auch aus einem anderen Grund erforderlich. Durch die besondere Geometrie des *KTB*-Spulenkörpers werden die thermischen Fluktuationen des Gegenkopplungsfeldes nach der Näherungsformel (8.10) nur wesentlich durch den  $T_k$  in Richtung der Spulenachse der Gegenkopplungsspule beeinflusst. Der  $T_k$  in Richtung der Spulenachse der Gegenkopplungsspule ist bei Spulenkörpern aus anisotropen Werkstoffen jedoch nicht eindeutig, da die Lage des Koordinatensystems des Ausdehnungskoeffizienten bei den Spulenkörpern unbekannt ist.

Angesichts der Isotropie des Ausdehnungskoeffizienten von *MACOR* ist der  $T_k$  in Richtung der Spulenachse eindeutig bestimmt. Der *MACOR*-Spulenkörper eignet sich deshalb besonders gut, um die Funktionsfähigkeit der Meßmethode durch Vergleich mit den Herstellerangaben zu überprüfen. Die Richtigkeit dieser Angaben in bezug auf den  $T_k$  begründet sich damit, daß aus *MACOR* bereits erfolgreich Sensoren für temperaturkompensierte Fluxgate-Magnetometer gebaut wurden. Demnach muß bei jenen Magnetometern der in Formel (8.25) angenommene Wert für  $\alpha_1$ , der den Herstellerangaben entsprach, korrekt gewesen sein.

Auch bei der Messung des Ausdehnungskoeffizienten soll die Unabhängigkeit der  $T_k$ -Werte von der Zugspannung kontrolliert werden. Dazu wurden die zwei GFK-Spulenkörper mit unterschiedlicher Zugspannung, wie in Abschnitt 9.1 beschrieben, bewickelt. Sollten die Messungen an beiden GFK-Gegenkopplungsspulen die gleichen Ergebnisse liefern, heißt das, daß die Zugspannung, die bei den Gegenkopplungsspulen aus *MACOR* und Bornitrid unbekannt ist, nicht von Bedeutung

ist.

Im Gegensatz zur Messung des Temperaturkoeffizienten des spezifischen elektrischen Widerstandes ist die Messung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten etwas komplexer, da sowohl der Meßaufbau als auch die Auswertung aufwendiger ist. Die Messungen wurden in dem Braunbek-Spulensystem des Instituts für Geophysik und Meteorologie der Technischen Universität Braunschweig in „Magnetsrode“ durchgeführt. Der Meßaufbau wird im folgenden Teil dieses Abschnitts beschrieben. Danach wird die Auswertung der Rohdaten erläutert bevor anschließend die Meßergebnisse dargestellt werden.

### 9.3.1 Der Meßaufbau

Das Magnetlabor „Magnetsrode“ befindet sich in einem Waldstück auf dem Gelände der Forschungsanstalt für Landwirtschaft im Westen Braunschweigs. Sie dient überwiegend zur Kalibrierung von Magnetometern. Durch die abgeschiedene Lage wird der Einfluß von magnetischen Störquellen auf ein Minimum reduziert. Die Meßeinrichtung besteht aus vier kleinen, etwa 20 Meter voneinander entfernten Gebäuden. Die Gebäude selbst bestehen aus unmagnetischen Materialien. Zur Messung der Ausdehnungskoeffizienten wurden die Häuser 1 und 2 der Einrichtung genutzt. Im Haus 1 befinden sich die Steuereinheiten für das Spulensystem sowie die Meß- und Aufzeichnungsgeräte. Das Braunbek-Spulensystem (siehe Abbildung 9.3) steht etwa 20 Meter entfernt in Haus 2. Dadurch werden Störungen des Magnetfeldes am Ort des Spulensystems, die durch Bewegung von magnetischen Gegenständen und den Gebrauch von elektrischen Geräten verursacht werden, weitgehend vermieden.

Die Anlage ermöglicht es unter anderem, das erdmagnetische Feld innerhalb des Spulensystems zu kompensieren. Weiterhin können Gleich- und Wechsellmagnetfelder beliebiger Art erzeugt werden. Die gewünschten Magnetfeldsequenzen werden von einem Computer automatisch geschaltet. Durch Verwendung einer Temperaturbox, die innerhalb des Spulensystems plaziert werden kann, können auch Temperatureigenschaften der Magnetometer untersucht werden. Das Temperaturprofil in der Box wird ebenfalls von einem Computer gesteuert. Eine detaillierte Beschreibung des Spulensystems würde an dieser Stelle zu weit führen. Für weitere Informationen verweise ich daher auf die Bedienungsanleitung [Richter, 1994].

Bevor die  $T_k$ -Messung beginnen kann, muß der Fluxgate-Sensor aus einem der beiden Ringkerne und der Aufnehmer- bzw. Gegenkopplungsspule, von deren Spulenkörper der Ausdehnungskoeffizient gemessen werden soll, zusammengesetzt werden. Dazu wird der Ringkern mit der Treiberwicklung in den Spulenkörper eingeführt und mit einem unmagnetischen Stift durch das Loch in der Mitte des Steges, der die beiden Spulenkammern der Gegenkopplungsspule voneinander trennt, fixiert. Jeder der

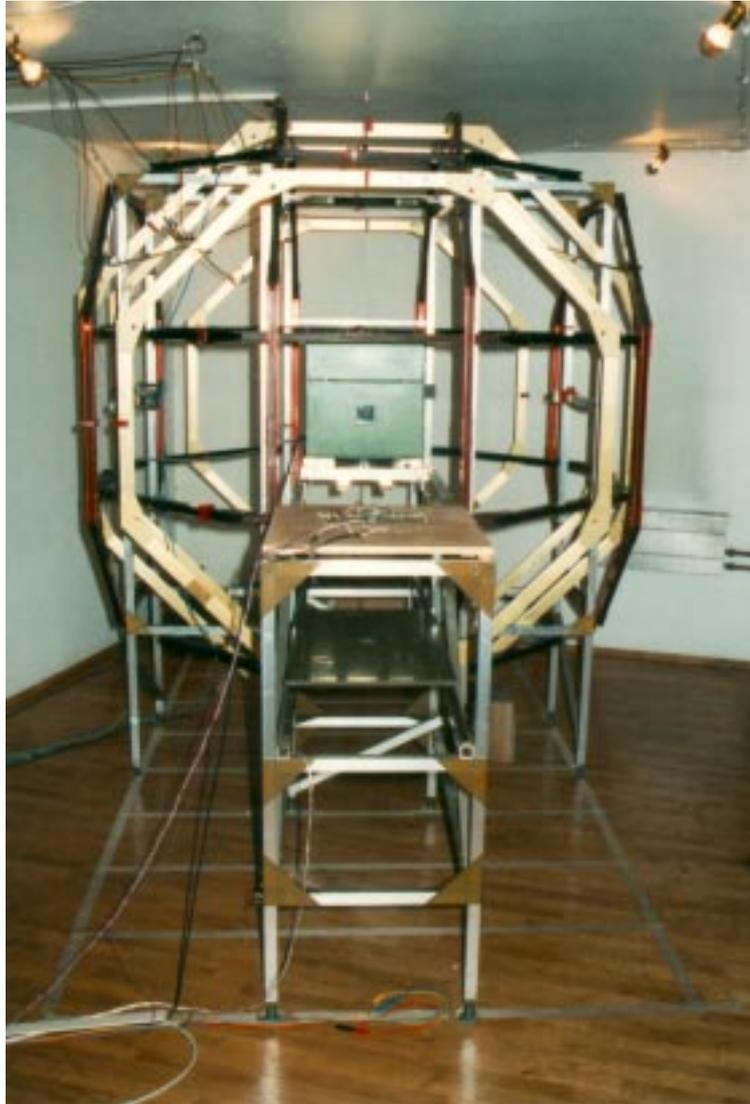


Abbildung 9.3: Das Braubek-Spulensystem mit der Temperaturbox im Zentrum.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

beiden Ringkerne ist an eine eigene Elektronik angeschlossen, deren Anregungskreis speziell auf die Eigenschaften des Ringkernes abgeglichen ist. Durch Austauschen der Spulenkörper mit der Aufnehmer- bzw. Gegenkopplungsspule und anschließendem Vergleich der Meßergebnisse beider Elektroniken ist die Unabhängigkeit der Messung von Elektronik und Ringkern überprüfbar. Die Sensoren und die Elektronik (2) sind in Abbildung 9.4 dargestellt.

Der fertige Sensor wird in Richtung einer der magnetischen Hauptachsen des Spulensystems in die Temperaturbox eingebaut. Meistens geschah dies in Richtung der  $y$ -Achse, da die  $y$ -Komponente (Ost-West-Richtung) nur eine kleine Komponente des Erdmagnetfeldes zu kompensieren hat. Die Elektronik befindet sich samt dem Kondensator  $C_p$  des Anregungskreises (siehe Seite 15) außerhalb der Temperaturbox. Die Raumtemperatur in Haus 2 wird mit einer lernfähigen Regelungstechnik konstant gehalten. Temperaturbedingte Änderungen der Übertragungsfunktionen der Magnetometer-Elektroniken können daher bei der Auswertung der Daten vernachlässigt werden. Neben dem Einzelsensor wird auch das *Zopf*-Magnetometer<sup>1</sup> an einer Referenzposition<sup>2</sup> innerhalb des Spulensystems betrieben.

Nachdem die Temperaturbox mit dem Sensor ins Zentrum des Spulensystems geschoben worden ist, kann mit der Messung begonnen werden. Dazu wird zunächst ein etwa 60stündiger Heiz- und Abkühlzyklus programmiert. Er sieht vor, die Temperatur in der Box in 10 °C Abständen von Raumtemperatur (ca. 18 °C) auf 100 °C zu erhöhen und anschließend wieder auf Raumtemperatur absinken zu lassen. Die einzelnen Temperaturstufen werden jeweils zwei Stunden lang gehalten, die Heizzeit zwischen zwei Stufen ist auf eine Stunde programmiert. Die Temperaturbox ist an diversen Stellen mit Temperatursensoren ausgerüstet, deren Meßwerte alle drei Minuten vom Temperaturmeßsystem *TEMESYS* erfaßt werden. Jeder dieser Sensoren innerhalb der Temperaturbox kann zur Steuerung der Temperatur verwendet werden. Der Sensor T59, der direkt neben dem Fluxgate-Einzelsensor angebracht wurde, übernahm bei allen Messungen diese Aufgabe. Die Temperaturkurve ist in Abbildung 9.5 zu sehen.

Innerhalb des Temperaturzykluses wird eine etwa sechs minütige Magnetfeldsequenz nach Abbildung 9.6 geschaltet, die kontinuierlich wiederholt wird. Sie besteht aus jeweils einem Nullfeld zu Beginn und am Ende der Messung. Dazwischen werden in jede Hauptachsenrichtung des Spulensystems nacheinander die Kunstfelder +45000 nT,  $\Leftrightarrow$ 45000 nT, +30000 nT und +15000 nT angelegt. Jedes Feld mit Ausnahme des abschließenden Nullfeldes liegt 40 Sekunden an. Die Länge des abschließenden Nullfeldes beträgt 90 Sekunden. Die realen Magnetfeldwerte werden komponentenweise vom *SOLARTRON*<sup>3</sup> in Form einer Spannung gemessen.

---

<sup>1</sup>Der Name entstand durch die zum Zopf geflochtenen Anschlußkabel des Sensors.

<sup>2</sup>Eine vom Bedienpersonal festgelegte Standardposition.

<sup>3</sup>Das *SOLARTRON* ist ein 8<sup>1/2</sup>-stelliges Digitalmultimeter der Firma Schlumberger.

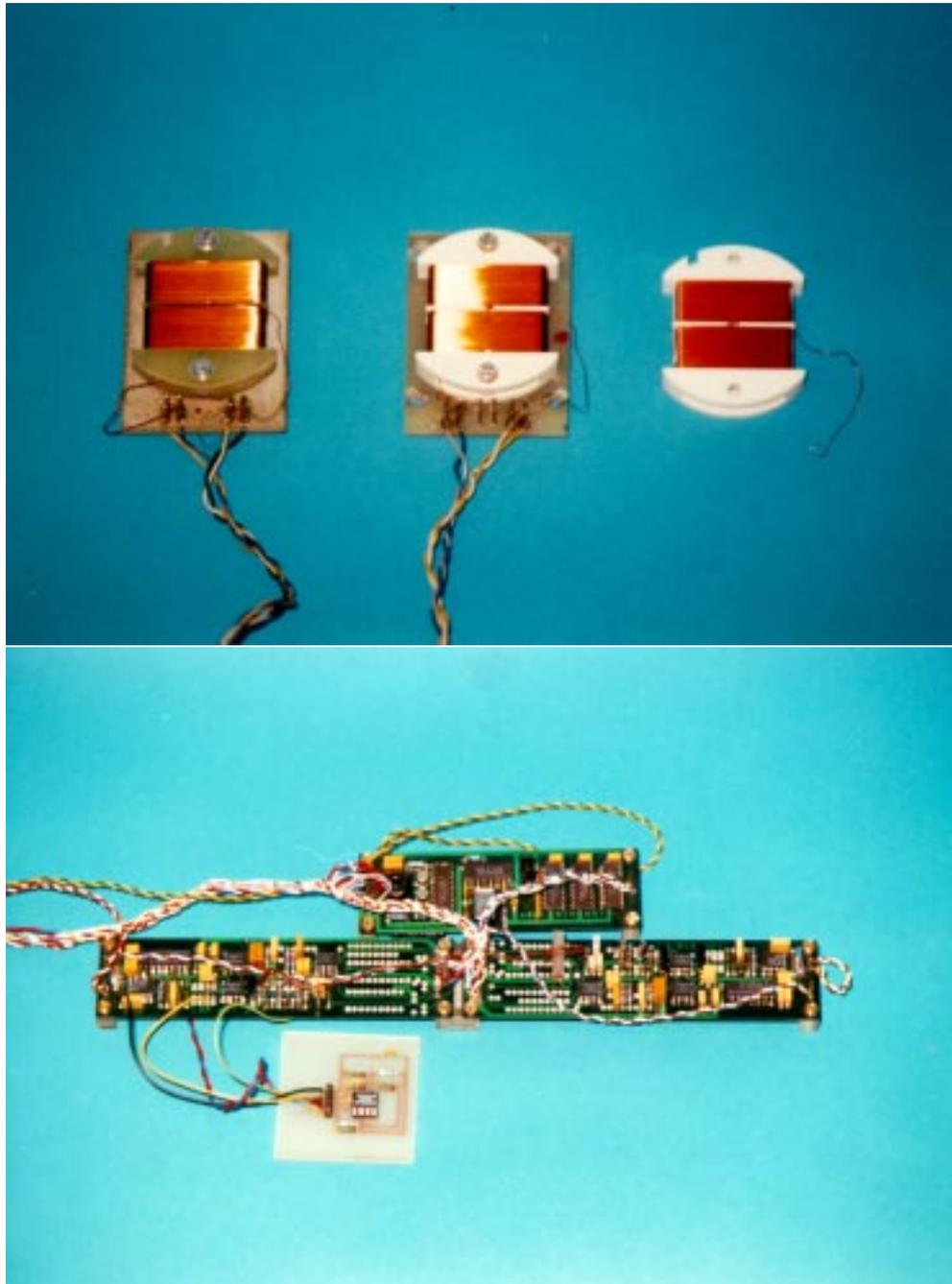


Abbildung 9.4: Oben: Die Fluxgate-Sensoren mit Spulenkörpern aus GFK, MACOR und Bornitrid. Unten: Die Elektronik (2) besteht aus der Treiberschaltung (obere Platine), der Anlogschaltung zur Erzeugung des Ausgangssignals (mittlere Platine) und der spannungsgesteuerten Stromquelle (untere Platine).

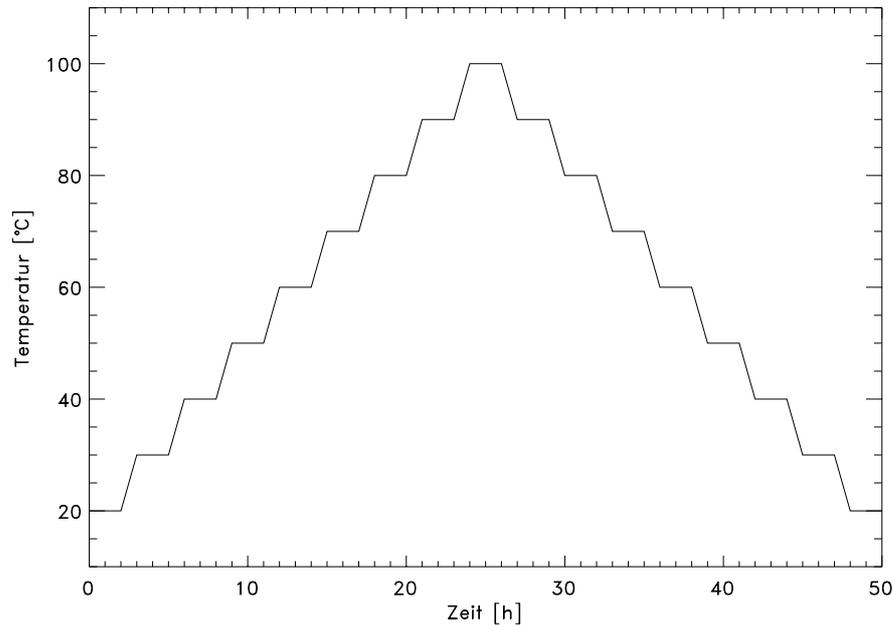


Abbildung 9.5: Der Temperaturzyklus.

Die temperaturabhängige Ausgangsspannung des Fluxgate-Einzelsensors wird mit zwei verschiedenen Systemen erfasst. Einerseits wurde ein *PREMA* Digitalmultimeter (Typ 6047) verwendet. Die gewählte Integrationszeit von vier Sekunden gewährleistet eine hohe Genauigkeit der Spannungsmessung. Sowohl die Daten des Einzelsensors als auch die des *Zopf*-Magnetometers werden zusätzlich mit dem *MAD*<sup>4</sup>-Rechner aufgezeichnet, der mit einer Analog-Digital-Wandlerkarte ausgestattet ist. Die Aufzeichnungsrate dieses Systems beträgt 10 Hz pro Kanal. Die *MAD*-Daten des Einzelsensors und des *Zopf*-Magnetometers wurden nur zu Vergleichszwecken herangezogen. In der Regel wurden ausschließlich die *PREMA*-Daten ausgewertet.

Sämtliche während einer Messung anfallende Daten werden von dem Aufzeichnungssystem *CLUSTERM* (siehe Richter [1994]) in einer komplexen binären Dateistruktur, den sogenannten *CCD*<sup>5</sup>-Dateien, gespeichert. Das Dateiformat ist bei Rahm [1996] beschrieben.

---

<sup>4</sup>Magnetsrode Analog Data.

<sup>5</sup>Complete Calibration Data.

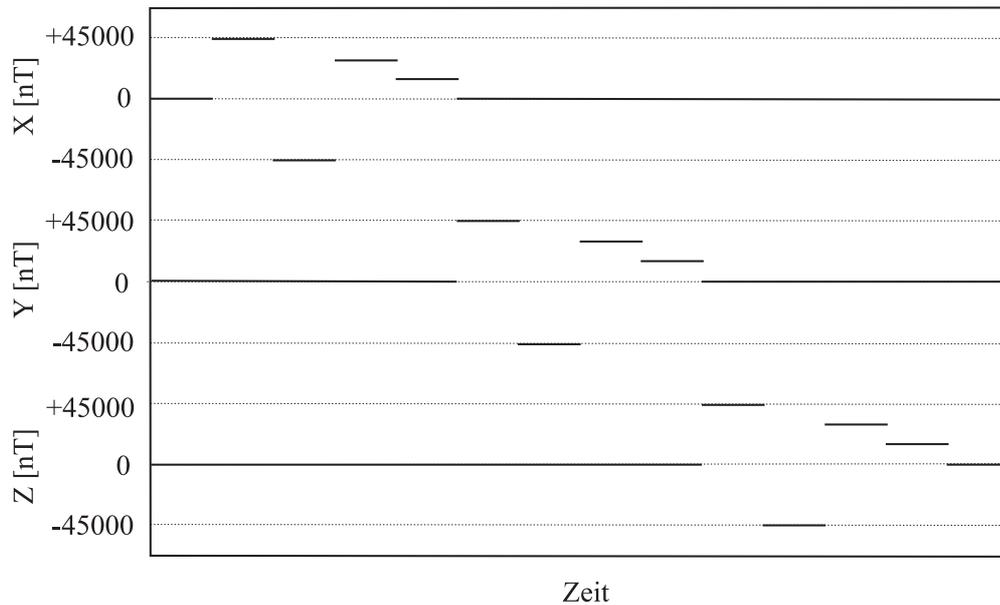


Abbildung 9.6: Die benutzte Magnetfeldsequenz. Auf der Ordinate sind die Magnetfelder in Richtung der drei Spulenachsen dargestellt und auf der Abszisse die Zeit. Die durchgezogene Linie zeigt jeweils das anliegende Magnetfeld in jeder Achsrichtung an.

### 9.3.2 Die Korrektur der Meßwerte

Bevor der Ausdehnungskoeffizient aus der Änderung der gemessenen Ausgangsspannung bestimmt werden kann, müssen die Meßwerte korrigiert werden. Die Korrektur besteht in Abhängigkeit von der verwendeten Elektronik aus zwei oder drei Schritten:

1. Normierung der Ausgangsspannung.
2. Subtraktion des Magnetometer-Offsets.
3. Korrektur des elektrischen Widerstandes der Gegenkopplungsspule bei Verwendung von Elektronik (1) (siehe Seite 18).

#### 1. Normierung der Ausgangsspannung:

Obwohl man beim Kalibrieren der Meßeinrichtung „Magnetsrode“ bemüht war, Soll- und Istwert des Kunstfeldes in Übereinstimmung zu bringen, weichen die Werte geringfügig voneinander ab. Diese Diskrepanz nimmt mit wachsender Feldstärke zu. Bei den verwendeten Maximalfeldern von  $\pm 45000$  nT liegt diese Abweichung in der Größenordnung von bis zu 10 nT. Da die Abweichung nicht zeitlich konstant ist, müssen die Ausgangsspannungen des Fluxgates mit Hilfe der vom *SOLARTRON*

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

registrierten realen Feldwerte  $B_{\text{Ist}}$  auf die Sollwerte  $B_{\text{Soll}}$  aus der Magnetfeldsequenz normiert werden:

$$U_{\text{norm}} = \frac{B_{\text{Soll}}}{B_{\text{Ist}}} \cdot U_{\text{Ausgang}}. \quad (9.5)$$

Im Vergleich zu den noch folgenden Korrekturen sind die Auswirkungen der Normierung auf den Ausdehnungskoeffizienten sehr gering.

### 2. Die Offset-Korrektur:

Bei eingestelltem Nullfeld innerhalb des Spulensystems weicht die Ausgangsspannung des Fluxgates in der Regel von null ab. Diese Differenzspannung wird als Offset des Magnetometers bezeichnet. Der Offset muß abgezogen werden, da er zeitlich leicht variabel und insbesondere bei Elektronik (2) so stark temperaturabhängig ist, daß die Auswirkung der Offsetdrift auf die Ausgangsspannung größer ist als der durch den Ausdehnungskoeffizienten verursachte Effekt. Zum Vergleich sind in Abbildung 9.7 die Offset-Spannungen beider Elektroniken in Abhängigkeit von der Temperatur unter Verwendung der Gegenkopplungsspule mit dem *MACOR*-Spulenkörper gezeigt.

Für den Zeitraum des Ablaufs einer Magnetfeldsequenz von sechs Minuten wurde der Offset als konstant angenommen. Dies ist gerechtfertigt, da sich selbst in den Aufheiz- und Abkühlphasen die Temperatur in der Box während dieser Zeit nur um etwa 1 °C ändert. Der mittlere Offset berechnet sich aus dem Mittelwert der Nullfeldmessungen am Anfang und am Ende der Sequenz:

$$\bar{U}_{\text{Offset}} = \frac{U_{\text{Offset},1} \Leftrightarrow U_{\text{Offset},2}}{2}. \quad (9.6)$$

Aufgrund mangelnder Meßzeit konnte der Ursache der stärkeren Temperaturabhängigkeit des Offsets von Elektronik (2) nicht mehr nachgegangen werden. Da die Schaltkreise für die Anregung bei beiden Elektroniken nahezu identisch sind und die Elektroniken außerdem nicht temperiert werden, vermute ich, daß der Effekt auf den verschiedenen Kernmaterialien beruht. Eine stärkere Temperaturabhängigkeit der Permeabilität des Kernmaterials wirkt sich auf die Induktivität der Anregungsspule aus. Die Änderung dieser Induktivität verstimmt den Anregungskreis und verursacht eine Offsetdrift. Ein Austausch der an die Elektroniken gebundenen Ringkerne wäre an dieser Stelle sicher aufschlußreich gewesen.

Bei Einsatz von Elektronik (2) sind an dieser Stelle alle nötigen Schritte zur Korrektur der Meßwerte bewältigt, und die korrigierte Ausgangsspannung lautet:

$$U_{\text{E2,korr.}} = U_{\text{norm}} \Leftrightarrow U_{\text{Offset}}.$$

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

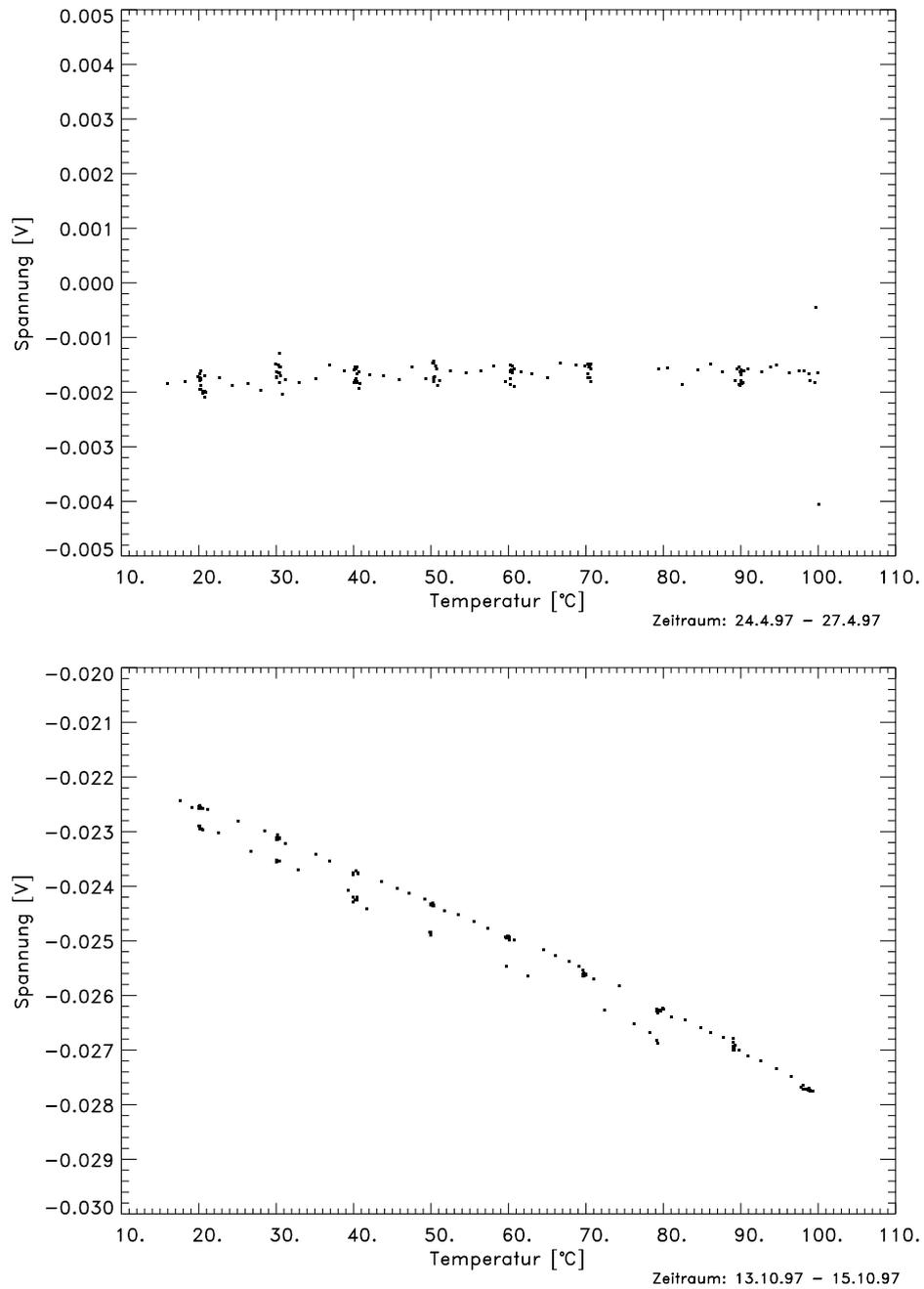


Abbildung 9.7: Die Temperaturabhängigkeit des Offsets von Elektronik (1) (oben) und Elektronik (2) (unten).

### 3. Korrektur des Kupferdrahtwiderstandes:

In Kapitel 4 wurde bereits auf Unterschiede in der Gegenkopplung der beiden Elektroniken hingewiesen. Bei Elektronik (2) wird das Kompensationsfeld durch einen der Ausgangsspannung proportionalen Strom in der Gegenkopplungsspule erzeugt. Eine spannungsgesteuerte Stromquelle in der Gegenkopplung sorgt für die Unabhängigkeit des in der Gegenkopplungsspule fließenden Stromes von der Umgebungstemperatur, die den Spulenwiderstand beeinflusst. Elektronik (1) hingegen gibt die Ausgangsspannung direkt über einen in Serie geschalteten Widerstand  $R_S$  an die Gegenkopplungsspule zurück. Nach dem Ohmschen Gesetz ist dann der in der Gegenkopplungsspule fließende Strom und mit ihm auch die Ausgangsspannung umgekehrt proportional zum Spulenwiderstand. Aus diesem Grund müssen die Ausgangsspannungen auf einen festen Widerstand  $R_0$  normiert werden.

Für den vom Spulenwiderstand abhängigen Anteil der Spannungsänderung gilt

$$U_{\text{norm}} \Leftrightarrow U_{\text{Offset}} = R(T) \cdot I = R_0(1 + \beta_{\text{res}} \Delta T) \cdot I, \quad (9.7)$$

wobei  $\beta_{\text{res}}$  der resultierende Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes ist.  $\beta_{\text{res}}$  berechnet sich ähnlich Formel (9.2). Die absolute Widerstandsänderung pro Temperatureinheit ist mit den in Kapitel 9.2 gemessenen Werten identisch, da sich der Widerstand  $R_S$  außerhalb der Temperaturbox befindet und demnach keine Temperatureffekte zeigt. Die relative Änderung des Spulenwiderstandes ist aber durch den mit der Gegenkopplungsspule in Serie geschalteten, etwa 50 mal größeren Widerstand  $R_S$  wesentlich geringer. Damit ergibt sich der resultierende Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes zu

$$\beta_{\text{res}} = \frac{1}{R_S + R_0} \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{\beta_{\text{Cu}} \cdot R_0}{R_S + R_0}.$$

Die resultierenden Temperaturkoeffizienten  $\beta_{\text{res}}$  sind in Tabelle 9.3 zusammengefasst, und die Auswirkung der Korrektur des temperaturabhängigen Spulenwiderstandes auf den Ausdehnungskoeffizienten ist in Abbildung 9.8 dargestellt.

Spulenkörper	$\beta_{\text{Cu}} [\text{K}^{-1}]$	$R_S [\Omega]$	$R_0 [\Omega]$	$\beta_{\text{res}} [\text{K}^{-1}]$
MACOR	$3.9 \cdot 10^{-3}$	9430	236	$9.5 \cdot 10^{-5}$
Bornitrid	$3.9 \cdot 10^{-3}$	9430	201	$8.1 \cdot 10^{-5}$
GFK-1	$3.9 \cdot 10^{-3}$	9430	214	$8.7 \cdot 10^{-5}$
GFK-2	$3.9 \cdot 10^{-3}$	9430	218	$8.8 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 9.3: Die resultierenden Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

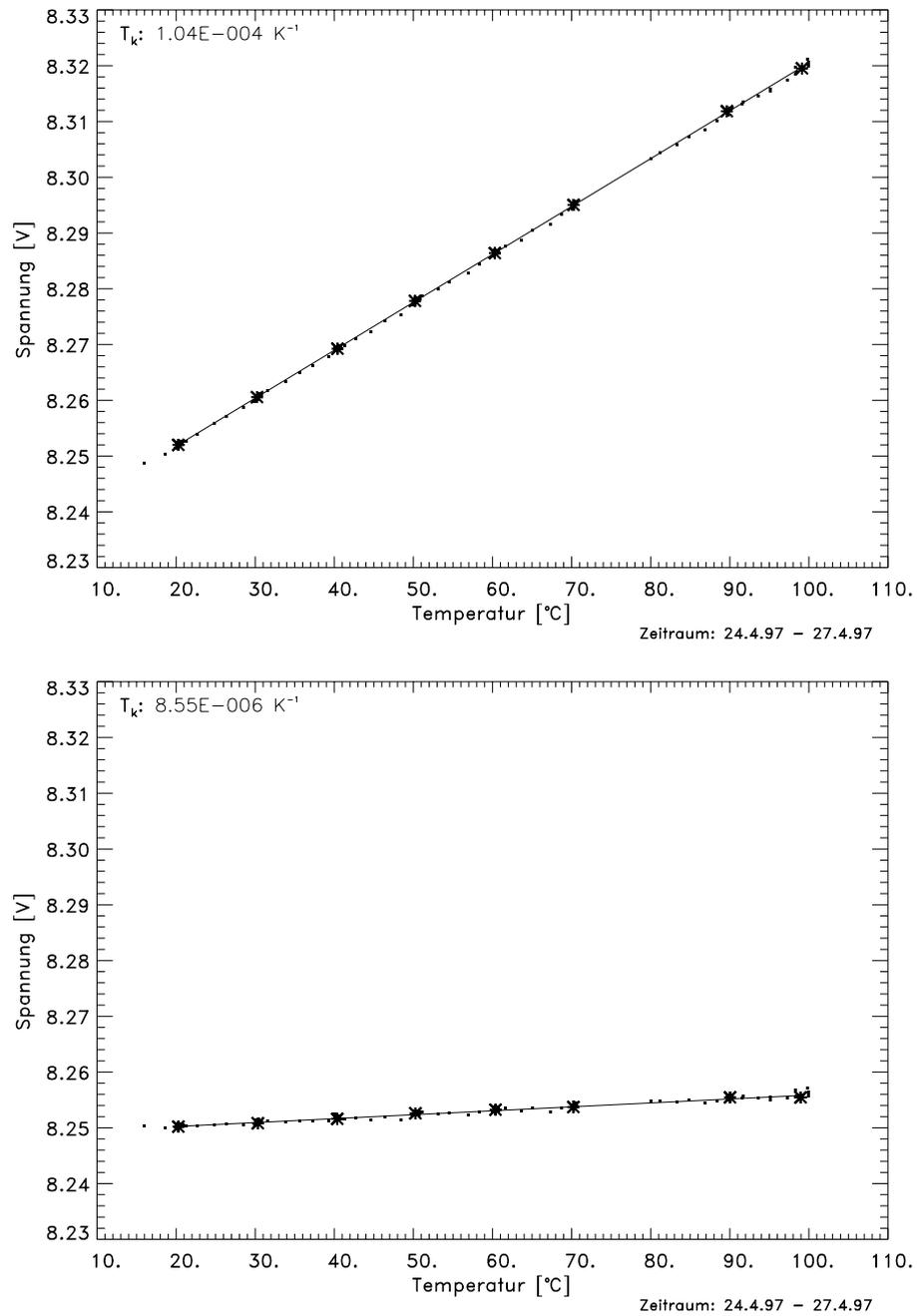


Abbildung 9.8:  $T_k$ -Messung mit Elektronik (1) und *MACOR*-Spulenkörper vor (oben) und nach (unten) Korrektur des Kupferdrahtwiderstandes.

Die korrigierten Ausgangsspannungen für Messungen mit Elektronik (1) ergeben sich durch Anwendung der Formeln (9.5) bis (9.7) zu

$$U_{\text{El,korr.}} = \frac{U_{\text{norm}} \Leftrightarrow U_{\text{Offset}}}{1 + \beta_{\text{res}} \Delta T}.$$

### 9.3.3 Die Bestimmung des linearen Ausdehnungskoeffizienten

Im Anschluß an die Korrektur der Meßwerte können die Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$  der Spulenkörper aus der Änderung der Ausgangsspannung bei konstantem Magnetfeld bestimmt werden. Die Auswertung ist der des Temperaturkoeffizienten des spezifischen elektrischen Widerstandes sehr ähnlich. Nach Gleichung (8.8) lautet die Formel für den Ausdehnungskoeffizienten:

$$\alpha_1 = \frac{l \Leftrightarrow l_0}{l_0 \Delta T}. \quad (9.8)$$

Weiter ist der Zusammenhang zwischen der Länge des Spulenkörpers  $l$  und dem in der Gegenkopplungsspule fließende Strom  $I$  nach Gleichung (8.10) durch

$$l = \frac{k}{B} \cdot I \quad (9.9)$$

gegeben. Bei konstantem Magnetfeld  $B$  ist der in der Gegenkopplungsspule fließende Strom proportional zu ihrer Länge. Der Strom  $I$  ist darüber hinaus proportional zur Ausgangsspannung des Fluxgates, so daß die Längen  $l$  und  $l_0$  in Formel (9.8) durch die Ausgangsspannungen  $U$  und  $U_0$  ersetzt werden können:

$$\alpha_1 = \frac{U_1 \Leftrightarrow U_0}{U_0 \Delta T} = \frac{1}{U_0} \frac{\Delta U}{\Delta T}. \quad (9.10)$$

Die Proportionalitätskonstanten kürzen sich dabei heraus. In Abbildung 9.9 ist der Zusammenhang zwischen Ausgangsspannung und Temperatur schematisch dargestellt. Mit steigender Temperatur wächst die Ausgangsspannung mit dem Kompensationsstrom, weil sich bei höheren Temperaturen die Spulenkonzstante der Gegenkopplungsspule verringert und somit bei gleichem zu messenden Magnetfeld ein größerer Strom zur Erzeugung des Kompensationfeldes erforderlich ist. Den Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$  erhält man nach Abbildung 9.9 durch Division der Geradensteigung durch den Spannungswert  $U_0$ .

Theoretisch sind zur Bestimmung von  $\alpha_1$  nur die Ausgangsspannungen bei zwei unterschiedlichen Temperaturen notwendig. Der Fehler des Ausdehnungskoeffizienten

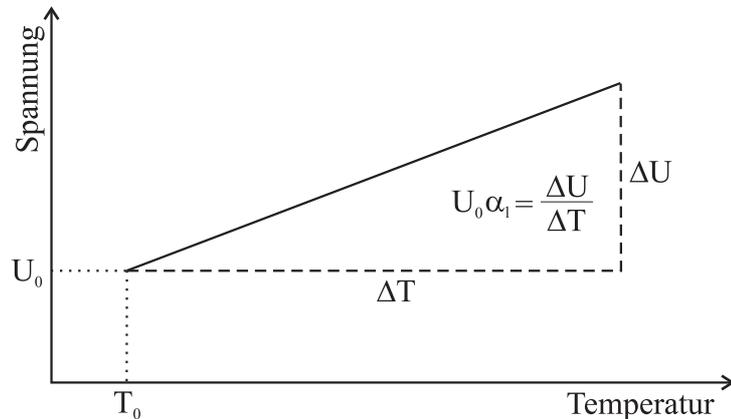


Abbildung 9.9: Das  $U(T)$ -Diagramm.

wäre dann nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz durch

$$\Delta\alpha_1 = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta U_1}{U_0 \Delta T}\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{U_0 \Delta T} + \frac{U_1 \Leftrightarrow U_0}{U_0^2 \Delta T}\right) \delta U_0\right)^2} \quad (9.11)$$

gegeben. Statistisch gesehen ist das Verfahren in diesem Fall nicht sehr zuverlässig. Im Vergleich zur Messung des Temperaturkoeffizienten  $\beta_{Cu}$  streuen die Meßwerte bei der Messung des Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$  wesentlich stärker. Durch die Aufnahme einer großen Anzahl an Meßwerten und ein eigens für diese Problemstellung entwickeltes Auswerteverfahren ist es möglich, die Genauigkeit der Messung stark zu verbessern. Das Auswerteverfahren soll daher im nächsten Abschnitt erläutert werden.

### 9.3.4 Die Auswertung

Zur Auswertung wurde das Programmpaket **Mag-Tk** geschrieben, das zwei Aufgaben erfüllt. Zum einen nimmt es an den Daten die in Abschnitt 9.3.2 beschriebenen Korrekturen vor. Zum anderen dient es zur Darstellung der Meßwerte sowie zur Berechnung des linearen Ausdehnungskoeffizienten. Die Datenverarbeitung sowie deren Visualisierung wurde mit der Programmiersprache IDL<sup>6</sup> realisiert. Der Vorteil dieser Programmiersprache ist die Verfügbarkeit von mächtigen Befehlen zur Präsentation wissenschaftlicher Daten, die den Programmieraufwand verhältnismäßig gering halten. Außerdem sind einmal geschriebene Programme auf vielen Betriebssystemen nahezu ohne Änderungen lauffähig, weil IDL als Interpreter für zahlreiche Betriebssysteme erhältlich ist. Leider sind die Programme deshalb nicht selbständig lauffähig, was die Anschaffung der relativ teuren IDL Software erforderlich macht.

<sup>6</sup>Interactive Data Language von Research Systems Inc.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

Bevor die Daten ausgewertet werden können, müssen sie zunächst in das **Mag-Tk** eigene Datenformat gebracht werden. Dazu werden mit dem Programm **CCD2T** von Rahm et al. [1997] Zeitreihen der Meßwerte in ASCII<sup>7</sup>-Form aus den binären CCD-Dateien extrahiert. Neben den *PREMA*-Daten werden zur Auswertung die Temperaturen des Sensors T59 und die *SOLARTRON*-Werte benötigt. Die einzelnen Zeitreihen werden anschließend zu einem neuen, speziell an diese Diplomarbeit angepaßtes Datenformat zusammengeführt. Auch hierbei handelt es sich um ASCII-Dateien, die aus Geschwindigkeitsgründen programmintern in ein binäres Format gewandelt werden. Jeder Eintrag einer ASCII-Datei enthält dabei die in Tabelle 9.4 aufgeführten Daten.

Eintrag	Inhalt
1	Zeit
2	Box-Temperatur am Sensor T59 [°C]
3	$x$ -Komponente des realen Feldes [nT] ( <i>SOLARTRON</i> )
4	$y$ -Komponente des realen Feldes [nT] ( <i>SOLARTRON</i> )
5	$z$ -Komponente des realen Feldes [nT] ( <i>SOLARTRON</i> )
6	Magnetometer-Ausgangsspannung [V] ( <i>PREMA</i> )
7	Magnetometer-Ausgangsspannung korrigiert auf Soll-Felder [V]
8	Mittlerer Offset [V]
9	Feld ID

Tabelle 9.4: Das **Mag-Tk** Dateiformat.

Die Einträge 1–6 liegen der Messung zugrunde, bei den Einträgen 7–9 handelt es sich um die nach Kapitel 9.3.2 korrigierten Größen sowie eine Zeichenkette, die den Datensatz beschreibt.

Liegt das Datenformat erst einmal vor, kann das **Mag-Tk** Programm zur Darstellung gestartet werden. Bei seinem Aufruf erscheint die in Abbildung 9.10 gezeigte Oberfläche.

Sie besteht im wesentlichen aus zwei Bereichen. In der linken Spalte werden die Eingabeparameter gesetzt. Die rechte Spalte hingegen dient der graphischen Darstellung. Folgende Eingabeparameter können eingestellt werden:

- Der Temperaturabschnitt: Aufheizen, Abkühlen oder beide.
- Die Meßgröße der Abszisse: Zeit oder Temperatur.
- Die Meßgröße der Ordinate: Temperatur oder Magnetfeld. Unter den Magnetfelddaten kann jeder Kunstfeldwert aus der Sequenz (siehe Abbildung 9.6) gewählt werden.

---

<sup>7</sup>American Standard Code for Information Interchange.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

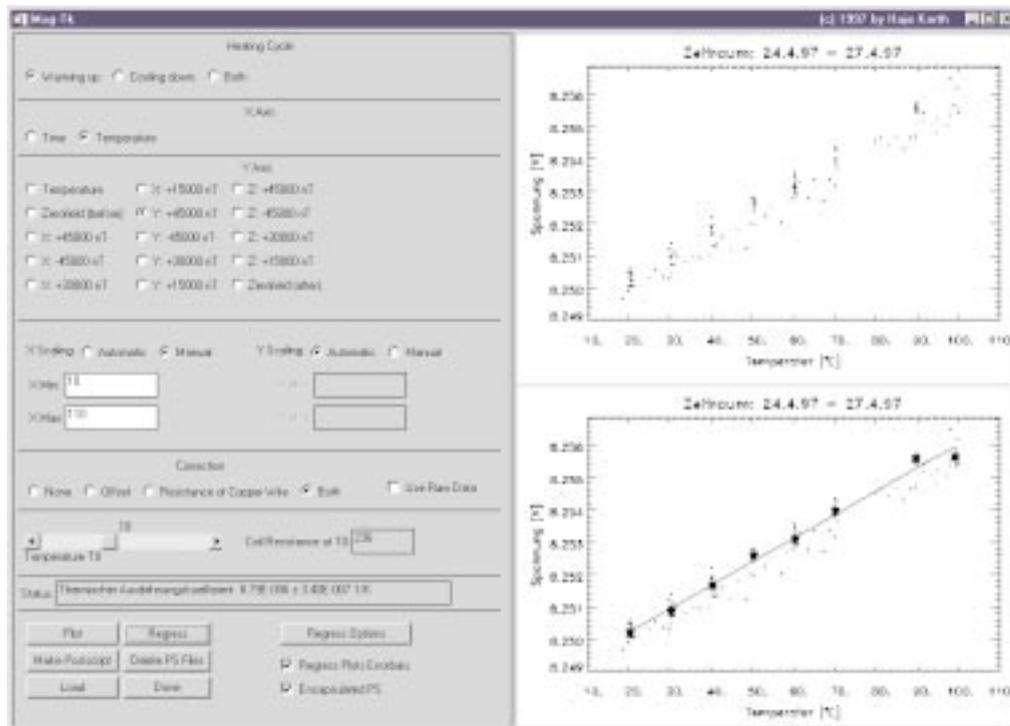


Abbildung 9.10: Die Mag-Tk Oberfläche.

- Die Art der Daten-Korrektur: Keine, Offset, Widerstand oder beide. Für die Widerstandskorrektur ist zusätzlich die Eingabe der Temperatur  $T_0$  und der Widerstand der Gegenkopplungsspule bei dieser Temperatur einzugeben. Die Widerstandswerte sind in Tabelle 9.3 aufgeführt.
- Den Abschluß bilden eine Reihe von Aktionsknöpfen, die das Laden und Darstellen der Daten sowie die Regression veranlassen. Die Regression berechnet eine Ausgleichsgerade durch die Meßwerte. Die Steigung dieser Geraden entspricht dem linearen Ausdehnungskoeffizienten. Zusätzlich lassen sich Optionen zur Regression einstellen und Postscript<sup>8</sup>-Dateien erzeugen.

Zum Schluß dieses Unterkapitels soll noch die Arbeitsweise des Regressionsalgorithmus erläutert werden. Die Schwierigkeit bei der Auswertung ist es, die Datenpunkte für die Regression zu finden, bei denen sich der Sensor im thermischen Gleichgewicht befindet. Gesucht sind also die Stellen, an denen sich der Sensor vollständig an die Umgebungstemperatur angepaßt hat. Da sich das thermische Gleichgewicht sicherlich nicht während der einstündigen Aufheiz- und Abkühlphasen zwischen zwei Temperaturstufen einstellt, werden die Messungen während dieser Phasen nicht in die Auswertung einbezogen. Um die Meßwerte auf den Temperaturniveaus zu detektie-

<sup>8</sup>Seitenbeschreibungssprache der Firma Adobe für Drucker.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

ren, wird der gesamte  $U(T)$ -Datenbereich schachbrettartig unterteilt. Das Temperaturfenster ist dabei gewöhnlich  $1\text{ }^\circ\text{C}$  und das Spannungsfenster  $1\text{ mV}$  breit. Gesucht wird dann in der Regel nach den Feldern, die mehr als fünf Datenpunkte enthalten. Schließen dabei zwei Felder direkt aneinander an, werden sie zu einem einzigen Feld zusammengezogen. Dieser Schritt ist notwendig, damit die Auswertung nicht durch ungünstige Fenstergrößen beeinträchtigt wird. Die genannten Grundeinstellungen für die Fensterbreiten können zur Anpassung an den jeweiligen Datensatz variiert werden. Nun wird in jedem Feld der Mittelwert der Daten in bezug auf Temperatur und Spannung gebildet. Die Standardabweichungen der Meßwerte von dem Mittelwert sind als Fehlerbalken in die Graphen eingezeichnet. Grundsätzlich wird für alle Graphen in dieser Arbeit die Darstellung mit Fehlerbalken gewählt. Sie sind gelegentlich sehr klein und daher in einigen Graphen nicht zu erkennen. Die gemittelten Daten gehen danach in die Regression ein, bei der eine Gerade an die gemittelten Daten nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate angepaßt wird.

Die Regression ist eine Ausgleichsrechnung, die an  $n$  Wertepaare  $(x_i, y_i)$  eine die Meßwerte bestmöglich beschreibende Gerade  $y = a + bx$  anpaßt. Gesucht sind die Werte  $a$  und  $b$ , für die die Summe  $\chi^2$  der Quadrate der vertikalen Abstände zwischen den Meßpunkten und der Geraden so klein wie möglich ist. Nach Press et al. [1986] gilt:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i \Leftrightarrow a \Leftrightarrow bx_i}{\sigma_i} \right)^2 = \min. \quad (9.12)$$

Man findet dieses Minimum durch Nullsetzen der Ableitungen nach  $a$  und  $b$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^2}{\partial a} &= \Leftrightarrow 2 \sum_{i=1}^N \frac{y_i \Leftrightarrow a \Leftrightarrow bx_i}{\sigma_i^2} = 0, \\ \frac{\partial \chi^2}{\partial b} &= \Leftrightarrow 2 \sum_{i=1}^N \frac{x_i (y_i \Leftrightarrow a \Leftrightarrow bx_i)}{\sigma_i^2} = 0. \end{aligned} \quad (9.13)$$

Diese Bedingungen kann man vereinfacht schreiben, wenn man folgende Summen definiert:

$$\begin{aligned} S &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}, & S_x &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2}, & S_y &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2}, \\ S_{xx} &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}, & S_{xy} &\equiv \sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}. \end{aligned} \quad (9.14)$$

Mit den Definitionen (9.14) kann man das Gleichungssystem (9.13) als

$$\begin{aligned} aS + bS_x &= S_y, \\ aS_x + bS_{xx} &= S_{xy} \end{aligned} \quad (9.15)$$

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

schreiben und die Lösung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\Delta &\equiv SS_{xx} \Leftrightarrow (S_x)^2, \\ a &= \frac{S_{xx}S_y \Leftrightarrow S_x S_{xy}}{\Delta}, \\ b &= \frac{SS_{xy} \Leftrightarrow S_x S_y}{\Delta}.\end{aligned}\tag{9.16}$$

Unter Berücksichtigung der Fehlerfortpflanzung beträgt die Varianz  $\sigma_f^2$  einer Variablen in einer beliebigen Funktion nach Press et al. [1986]:

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \left( \frac{\partial f}{\partial y_i} \right)^2.\tag{9.17}$$

Für eine Gerade berechnen sich die Varianzen durch Ableiten von  $a$  und  $b$  aus Formel (9.16) nach  $y_i$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial y_i} &= \frac{S_{xx} \Leftrightarrow S_x x_i}{\sigma_i^2 \Delta}, \\ \frac{\partial b}{\partial y_i} &= \frac{S x_i \Leftrightarrow S_x}{\sigma_i^2 \Delta}.\end{aligned}\tag{9.18}$$

Durch Summieren über alle Punkte wie in (9.17) erhält man:

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= S_{xx}/\Delta, \\ \sigma_b^2 &= S/\Delta.\end{aligned}\tag{9.19}$$

Für die Auswertung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten werden alle Punkte gleich gewichtet, für die Standardabweichung gilt daher stets  $\sigma_i = 1$ . Nach Gleichung (9.10) gilt unter Berücksichtigung der bestimmten Parameter  $a$  und  $b$  für den Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha_1 = \frac{1}{U_0} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{b}{a + b \cdot T_0}\tag{9.20}$$

und für den Fehler nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta\alpha_1 = \pm \sqrt{\left( \frac{b \cdot \sigma_a^2}{(a + b \cdot T_0)^2} \right)^2 + \left( \left( \frac{1}{a + b \cdot T_0} \Leftrightarrow \frac{b \cdot T_0}{(a + b \cdot T_0)^2} \right) \sigma_b^2 \right)^2}.\tag{9.21}$$

Der Fehler, der sich aus der Regressionsrechnung ergibt, ist sehr klein und gegenüber der Genauigkeit des Spulensystems und dem Fehler, der durch mechanische Drehung des Sensors unter Temperatureinfluß entsteht, vernachlässigbar. Das Magnetfeld des

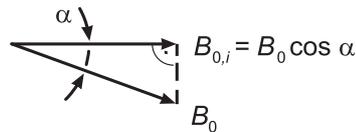


Abbildung 9.11: Die Drehung des Sensors.

Spulensystems ist im Zentrum auf etwa  $\pm 1$  nT genau. Der Fehler, der sich durch Drehung des Sensors ergibt, berechnet sich nach Abbildung 9.11 durch:

$$\Delta B_{\text{Drehung}} = B_0 \Leftrightarrow B_0 \cos \alpha. \quad (9.22)$$

Stichproben haben ergeben, daß die temperaturbedingte Drehung  $\pm 0.3^\circ$  nicht überschreitet. Daraus resultiert bei einem maximalen Magnetfeld von  $B_0 = 45000$  nT nach Formel (9.22) ein Fehler von  $\pm 0.6$  nT. Der Gesamtfehler beträgt somit für jeden Meßwert  $\pm 1.6$  nT. Für den Ausdehnungskoeffizienten bedeutet das einen ungünstigsten Fehler von

$$\Delta \alpha_1 = \pm \frac{3.2 \text{ nT}}{45000 \text{ nT} \cdot 80 \text{ K}} \approx \pm 1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

### 9.3.5 Die Meßergebnisse

Aufgrund der vielfältigen Möglichkeiten bei der Darstellung der Daten ist es an dieser Stelle ermüdend, jede Messung bis ins Detail zu betrachten. Dieser Abschnitt soll sich daher vielmehr mit den wesentlichen Ergebnissen aus den Messungen des linearen Ausdehnungskoeffizienten befassen. Drei Punkte schienen mir dabei besonders wichtig. Das ist erstens die Unabhängigkeit des  $T_k$ -Wertes von der Stärke des angelegten Kunstfeldes, bei der er gemessen wurde. Zweitens sollen die linearen Ausdehnungskoeffizienten selber sowie die Reproduzierbarkeit der Messungen betrachtet werden. Drittens soll zum Abschluß des Kapitels eine Unregelmäßigkeit, die bei den Messungen des Bornitrid-Spulenkörpers beobachtet wurde, diskutiert werden.

#### 1. Die Unabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten vom Kunstfeld:

Bei der Durchführung der  $T_k$ -Messung wurden Magnetfeldmessungen bei verschiedenen Kunstfeldern durchgeführt. Da die Empfindlichkeit der Magnetometer im Meßbereich von  $\pm 45000$  nT bei fester Temperatur als konstant angenommen wird, ist die Empfindlichkeitsänderung nur auf Temperatureffekte zurückzuführen. Der gemessene  $T_k$  sollte daher bei allen Kunstfeldstärken identisch sein. Als Beispiel

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

wird eine Messung des *MACOR*-Spulenkörpers mit Elektronik (2) betrachtet. Die Abbildungen 9.12 und 9.13 zeigen die bei verschiedenen Kunstfeldern gemessenen Ausgangsspannungen in Abhängigkeit von der Temperatur. Die berechneten Ausdehnungskoeffizienten sowie die  $T_k$ -Werte einer äquivalenten Messung mit Elektronik (1) sind in Tabelle 9.5 dargestellt. Beim Vergleich der  $T_k$ -Werte kann man zwei wichtige Aussagen treffen: Erstens stimmen die Messungen bei verschiedenen Kunstfeldstärken im Rahmen des Meßfehlers von  $\pm 1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  überein. Im folgenden betrachten wir daher zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten nur noch die Messung bei dem Kunstfeld +45000 nT, da bei größeren Magnetfeldern Meßgenauigkeiten weniger ins Gewicht fallen. Zweitens liefern beide Elektroniken dieselben Resultate. Damit zeichnet sich bereits bei dieser Messung ab, daß sowohl die Elektronik als auch der Ringkern keinen Einfluß auf die Meßergebnisse haben.

Kunstfeldstärke [nT]	$T_k$ -Werte des <i>MACOR</i> -Spulenkörpers [ $\text{K}^{-1}$ ]	
	Elektronik (1)	Elektronik (2)
+45000	$8.55 \cdot 10^{-6}$	$8.58 \cdot 10^{-6}$
$\Leftrightarrow$ 45000	$8.44 \cdot 10^{-6}$	$8.54 \cdot 10^{-6}$
+30000	$9.51 \cdot 10^{-6}$	$8.42 \cdot 10^{-6}$
+15000	$8.60 \cdot 10^{-6}$	$8.70 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 9.5: Gemessene  $T_k$ -Werte bei verschiedenen Kunstfeldstärken.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

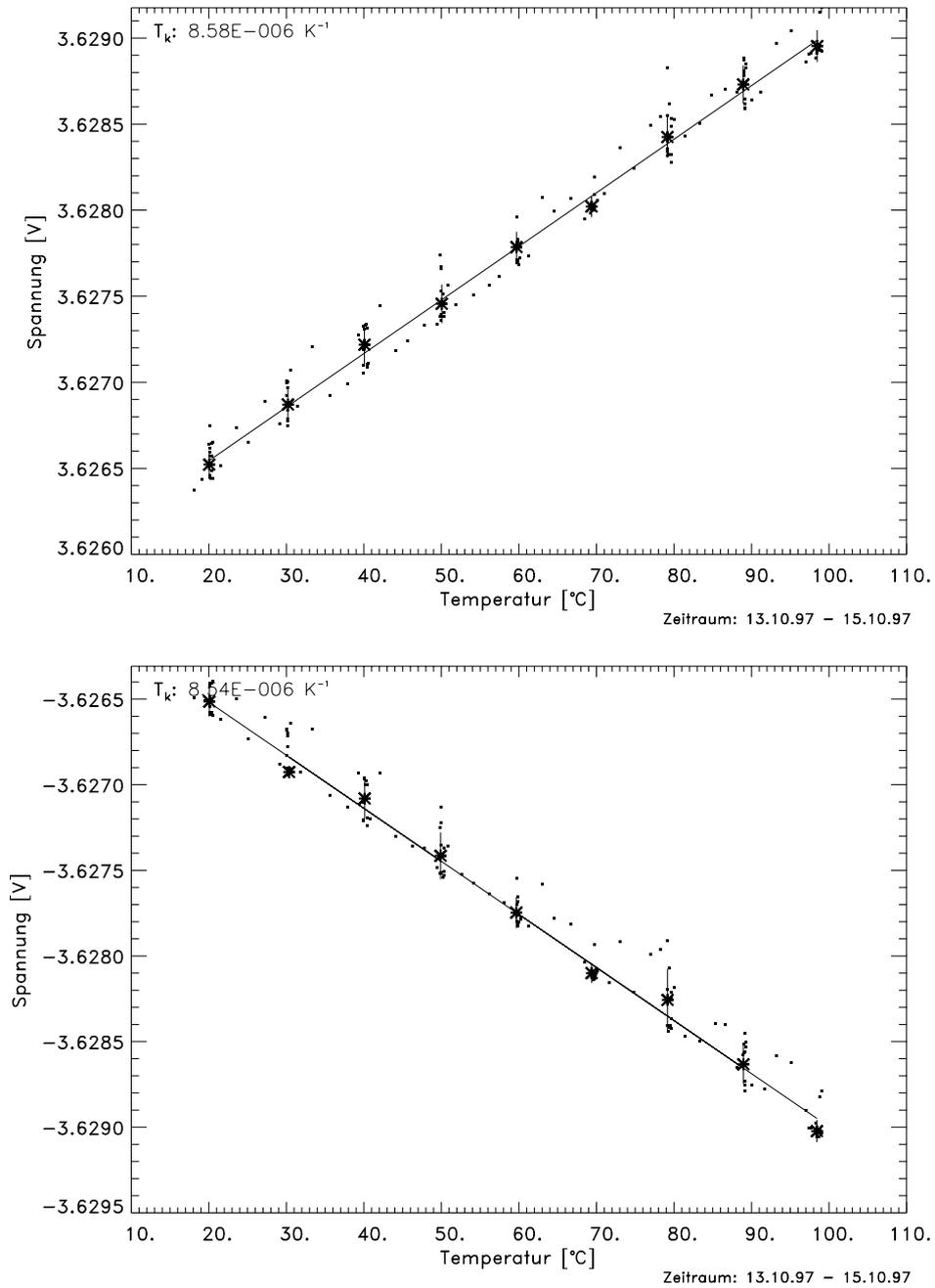


Abbildung 9.12:  $U(T)$ -Kurven bei +45000 nT (oben) und  $\leftrightarrow 45000 \text{ nT}$  (unten) gemessen mit dem MACOR-Spulenkörper und Elektronik (2).

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

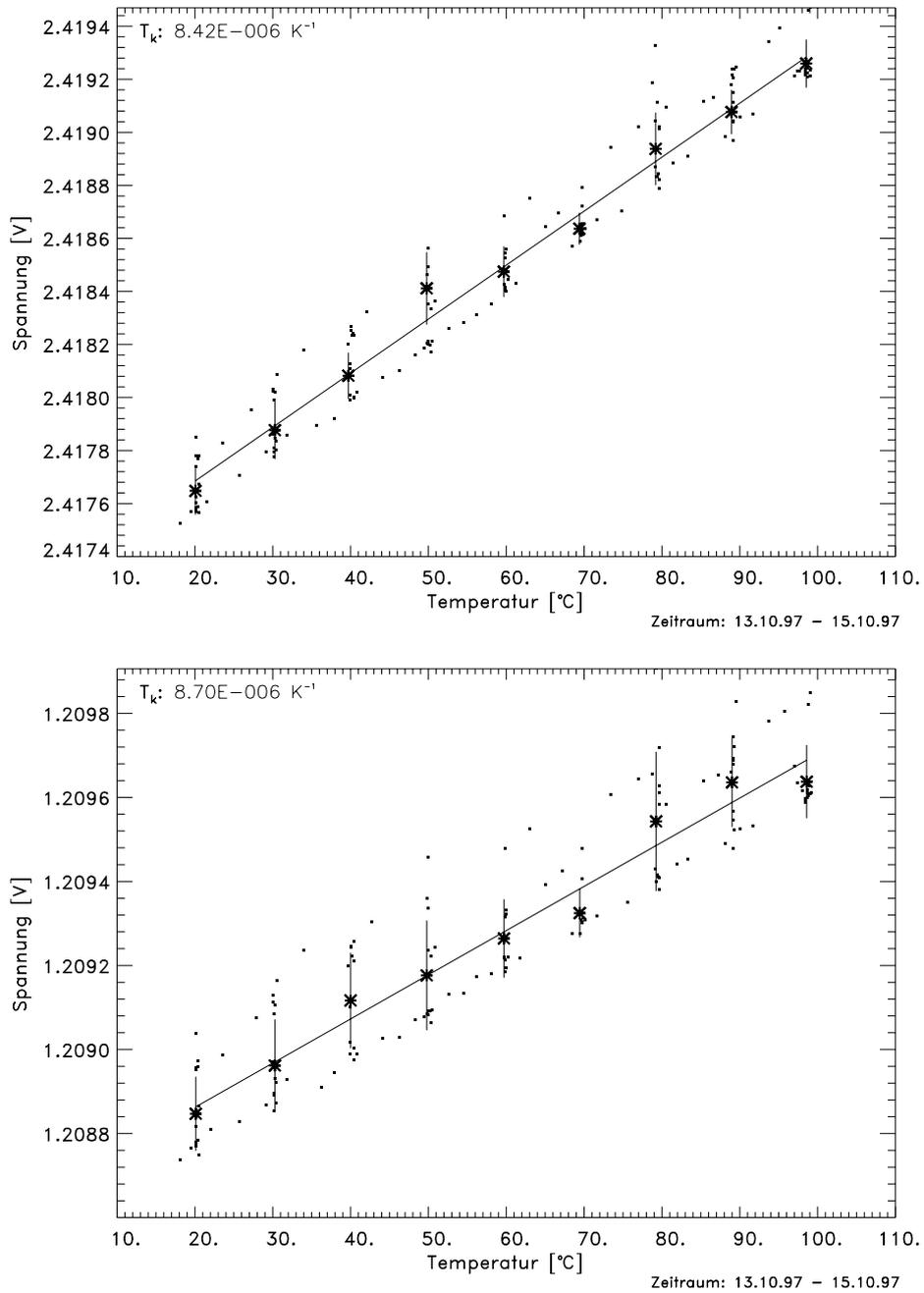


Abbildung 9.13:  $U(T)$ -Kurven bei +30000 nT (oben) und +15000 nT (unten) gemessen mit dem MACOR-Spulenkörper und Elektronik (2).

**2. Die Ausdehnungskoeffizienten von MACOR, Bornitrid und GFK:**

Es wurde eine Vielzahl von Meßreihen zur Messung der Ausdehnungskoeffizienten angefertigt. Ausgewählte Messungen sind in den Graphen 9.14 bis 9.16 abgebildet. Um den direkten Vergleich der Geradensteigungen zu erleichtern wurde für alle Abbildungen dieselbe Spannungs- und Temperaturintervallbreite gewählt. Bedingt durch den vergleichsweise großen Ausdehnungskoeffizienten des GFK-Spulenkörpers sind die  $T_k$ -Werte für MACOR und Bornitrid in den gezeigten Graphen nur schwer zu unterscheiden. Die Spulenkörper aus MACOR und Bornitrid wurden mit beiden Elektroniken gemessen und in den Graphen gegenübergestellt. Aus Zeitgründen liegen bei den GFK-Spulenkörpern nur Messungen mit Elektronik (1) vor. Die Tabelle 9.6 faßt die Ausdehnungskoeffizienten, die aus den Meßreihen bestimmt wurden, zusammen.

Spulenkörper	$T_k$ -Werte gemessen mit Elektronik (1) [ $K^{-1}$ ]		$T_k$ -Werte gemessen mit Elektronik (2) [ $K^{-1}$ ]	
	Messung 1	Messung 2	Messung 1	Messung 2
MACOR	$8.55 \cdot 10^{-6}$	-	$8.55 \cdot 10^{-6}$	$8.92 \cdot 10^{-6}$
Bornitrid	$3.55 \cdot 10^{-6}$	$5.61 \cdot 10^{-6}$	$4.65 \cdot 10^{-6}$	-
Glasfaser 1	$29.6 \cdot 10^{-6}$	$29.4 \cdot 10^{-6}$	-	-
Glasfaser 2	$33.0 \cdot 10^{-6}$	-	-	-

Tabelle 9.6: Die linearen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$ .

Wie die Tabelle 9.6 zeigt, stimmen die ermittelten Ausdehnungskoeffizienten der einzelnen Spulenkörper weitgehend gut überein. Die Frage, in wie weit die gemessenen Temperaturkoeffizienten der Realität entsprechen, läßt sich durch Literaturvergleich beantworten. Für die Glaskeramik MACOR, die von der Firma *Schröder Spezialglastechnik* in Ellerau vertrieben wird, findet man in der firmeneigenen Produktbeschreibung einen  $T_k$  von  $9.4 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ . Eine ähnliche Angabe findet man ferner bei Acuña [1978]. Unter Berücksichtigung des Fehlers von  $\pm 1 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ , der den Messungen zugrunde liegt, stimmt der gemessene  $T_k$  gut mit den in der Literatur angeführten Werten überein.

Das verwendete Bornitrid wird von der Firma *Carborundum* in Amherst, New York, USA produziert. Die Firmenangaben bezüglich des Ausdehnungskoeffizienten besagen, daß dieser anisotrop ist, das Material aber im Temperaturbereich von 20 °C bis 250 °C in beide Vorzugsrichtungen keine Dimensionsänderungen aufweist. Diese Angabe ist laut Lauche [1997] ungläubwürdig und läßt sich auch durch die Messungen widerlegen. Diese ergeben vielmehr einen mittleren  $T_k$  von  $5.1 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  in Richtung der Spulenachse. Bei der Berechnung des Mittelwertes wurde die erste mit Elektronik (1) gemachte Messung nicht berücksichtigt, da sie stark von den beiden

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

anderen in Tabelle 9.6 enthaltenen Messungen und zwei weiteren, verkürzten und daher nicht aufgeführten Meßreihen abweicht. Begründen läßt sich die Abweichung möglicherweise dadurch, daß die erste Meßreihe während des ersten Temperaturzyklus des Spulenkörper entstand. Von daher ist es durchaus denkbar, daß während dieser Messung mechanische Spannungen innerhalb des Materials irreversibel abgebaut wurden. Für irreversible Veränderungen spricht auch der größere  $T_k$  von etwa  $4.0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , der sich aus den Ausgangsspannungen des Abkühlvorganges bestimmt. Eine genaue Bestimmung dieses Wertes ist allerdings nicht möglich, da die zum Zeitpunkt der Messung benutzte Temperaturkurve für den Abkühlzyklus noch keine Stufen aufwies (vergleiche Abbildung 9.5). Der in Abschnitt 9.3.4 beschriebene Schachbrett-Algorithmus findet dann aufgrund der fehlenden Temperaturniveaus keine Häufungspunkte der Daten. Die Mag-Tk Software hat deshalb Schwierigkeiten, die Ausgleichsrechnung durchzuführen. Weiter ist zu bedenken, daß sich der Sensor ohne ausreichend lang gehaltene Temperaturniveaus zu keiner Zeit im thermischen Gleichgewicht befindet, so daß dieser Wert nur eine Abschätzung sein kann.

Widersprüchlich sind teilweise auch die für den GFK-Spulenkörper durchgeführten Messungen, die in Abhängigkeit vom verwendeten Spulenkörper Ausdehnungskoeffizienten um  $29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  und  $33 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  lieferten. Der Lieferant der Spulenkörper, die Firma Martin Pfeil aus Hildesheim, gibt für das GFK-Material in einer der beiden Vorzugsrichtungen einen  $T_k$  von  $29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  an, so daß zumindest die GFK-1 Messung glaubwürdig erscheint. Leider fehlte die Zeit zur Wiederholung der Messungen mit dem GFK-2-Spulenkörper.

Eine eindeutige Abhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten von der Zugspannung des Kupferdrahtes bei der Bewicklung haben die vorliegenden Meßreihen nicht gezeigt. Zwar ist der  $T_k$ -Wert des GFK-2-Spulenkörpers, der mit etwa 0.4 N mehr Zugspannung gewickelt wurde als der GFK-1-Spulenkörper, etwas größer. Berücksichtigt man jedoch wieder den Fehler der Messung, so weichen die Werte nur geringfügig voneinander ab. Um genauere Aussagen zu treffen, müßten weitaus mehr Spulenkörper bei unterschiedlichen Zugspannungen gewickelt werden. Außerdem müßte die Zugspannung wesentlich definierter einzustellen sein, als es die von mir benutzte Spulenwickelmaschine zuließ. Wir wollen daher davon ausgehen, daß die hier verwendete Zugspannung für das Ergebnis nicht von Bedeutung ist solange sich der Kupferwickel an die Abmessungen des Spulenkörpers anpaßt.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

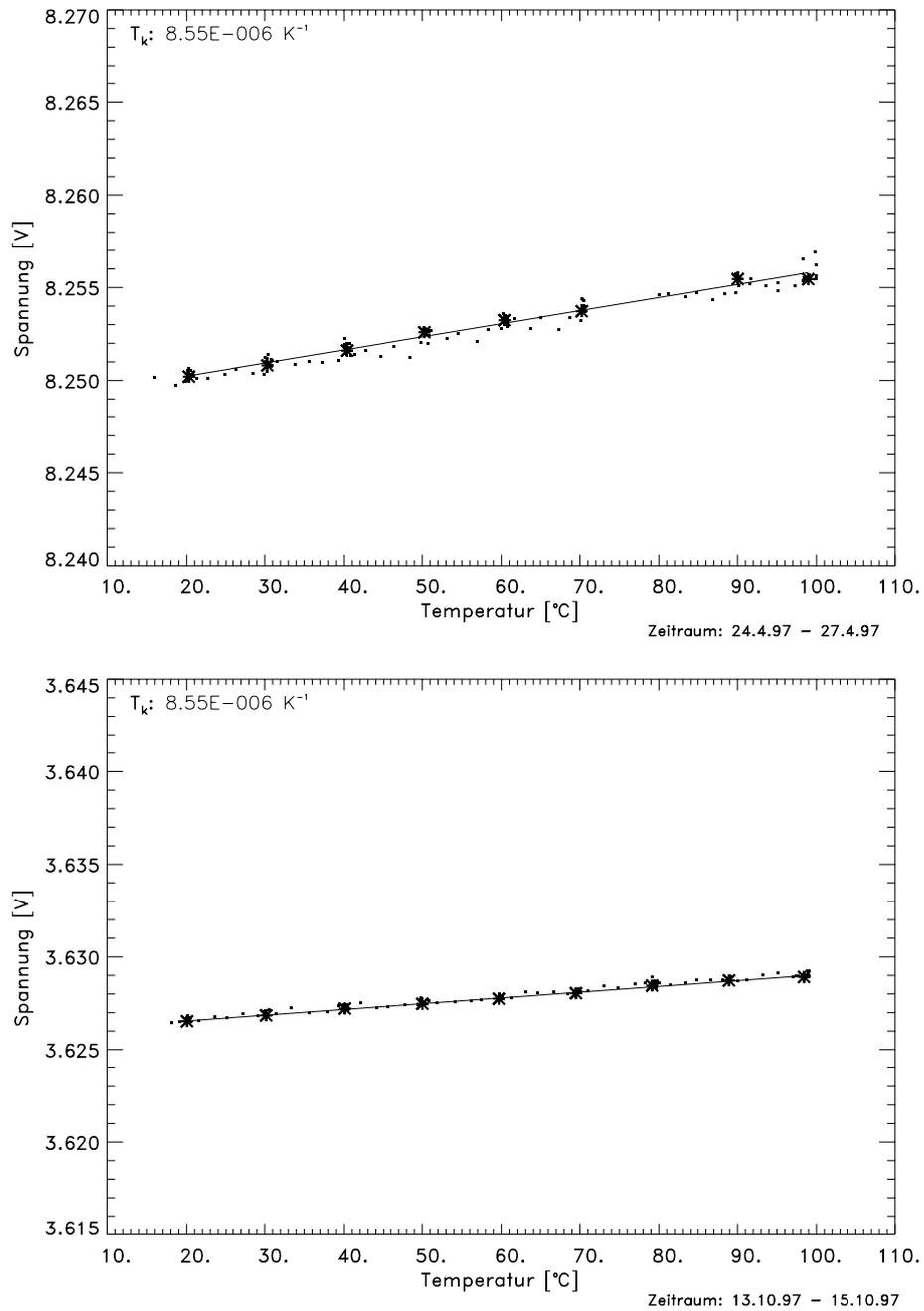


Abbildung 9.14:  $U(T)$ -Kurven des *MACOR*-Spulenkörpers gemessen mit Elektronik (1) (oben) und Elektronik (2) (unten).

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

---

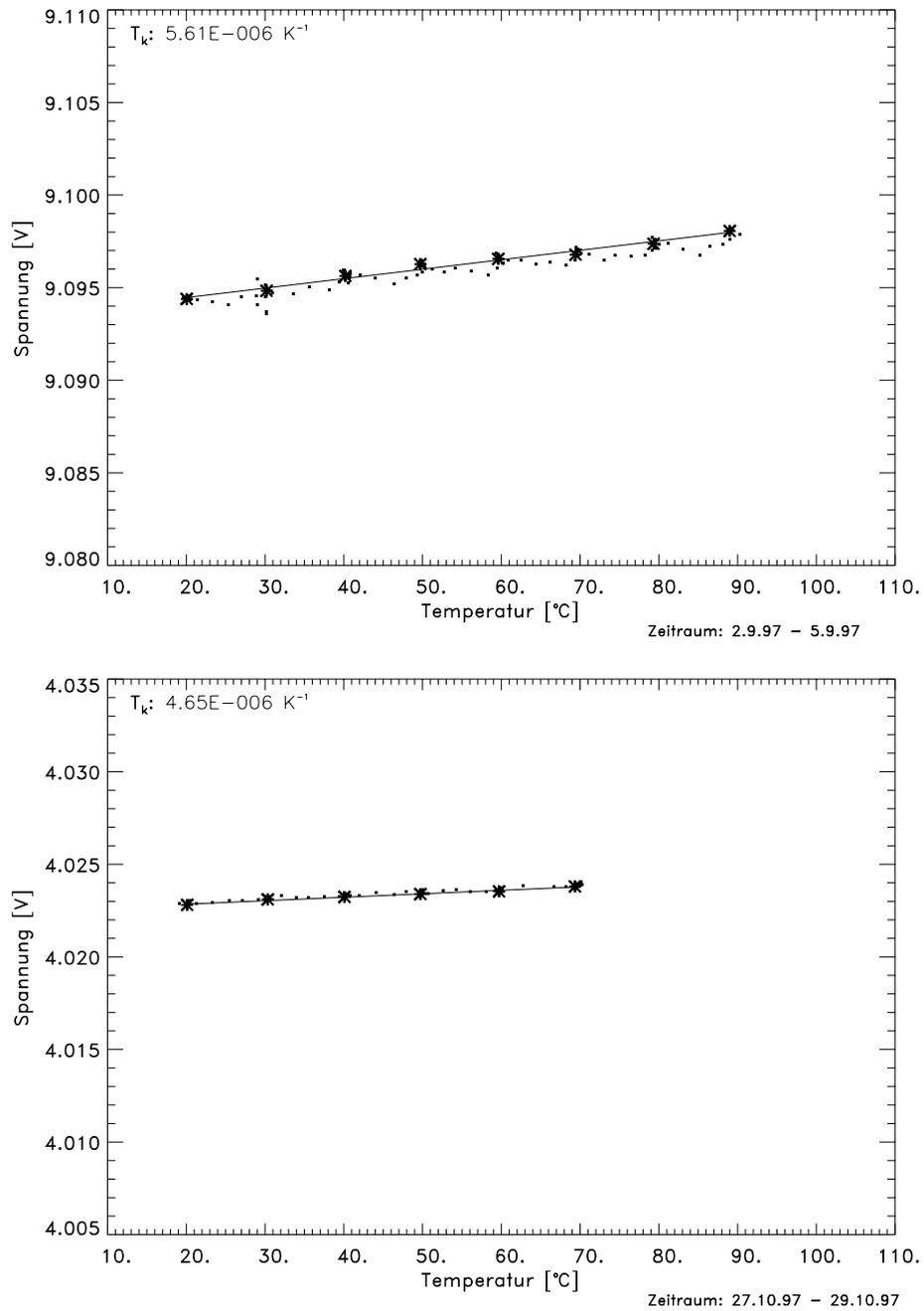


Abbildung 9.15:  $U(T)$ -Kurven des Bornitrid-Spulenkörpers gemessen mit Elektronik (1) (oben) und Elektronik (2) (unten).

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

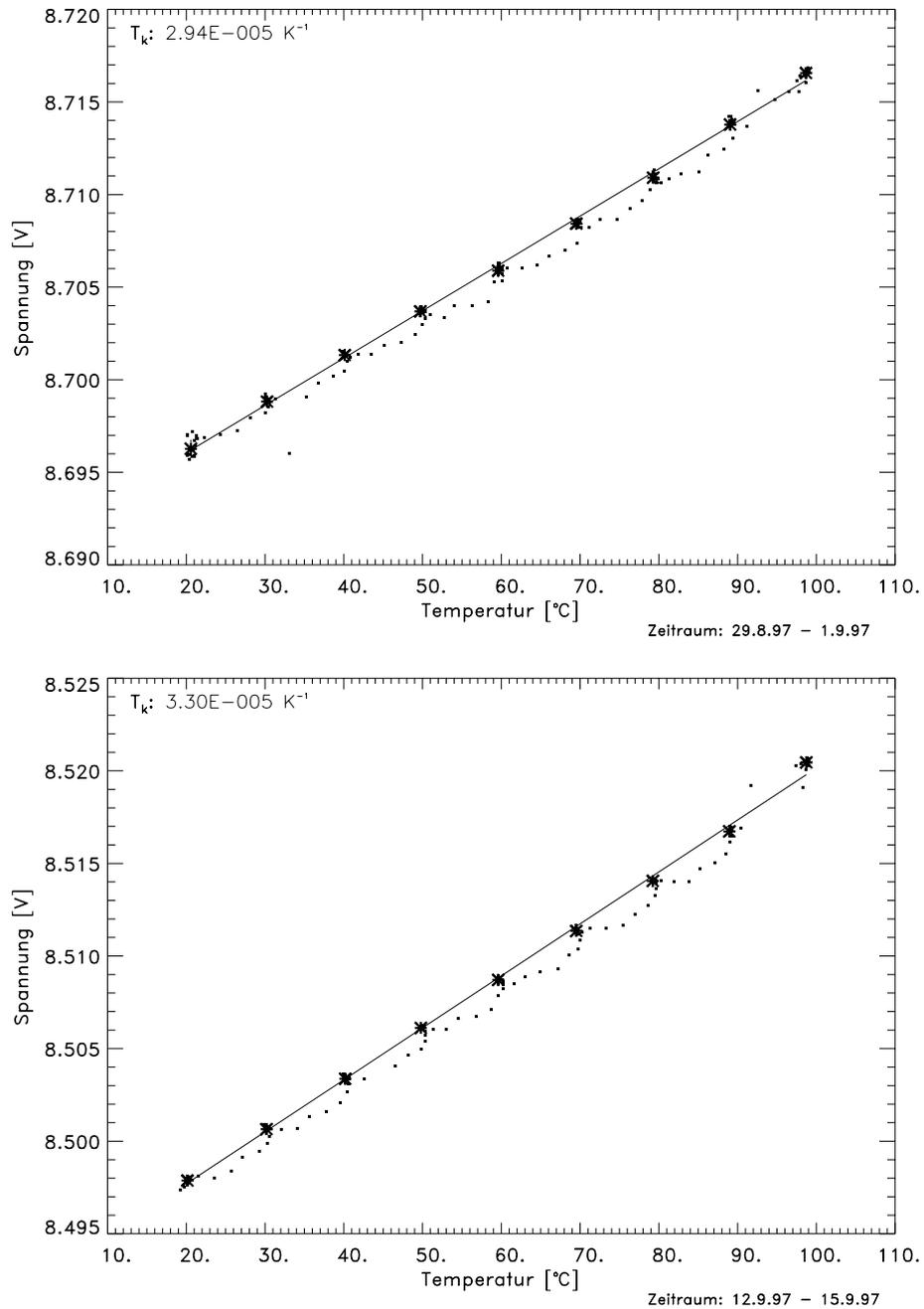


Abbildung 9.16:  $U(T)$ -Kurven der Spulenkörper GFK-1 (oben) und GFK-2 (unten).

### 3. Die Messungen mit dem Bornitrid-Spulenkörpers:

Wir wollen abschließend die Messungen mit dem Bornitrid-Spulenkörper noch etwas genauer betrachten, da die  $U(T)$ -Kurve dieser Messung von dem zu erwartenden linearen Verlauf abweicht. Zur Messung wurde die in Abbildung 9.5 dargestellte Temperaturkurve benutzt, deren äquidistante Temperaturniveaus in zeitlich gleichen Abständen erreicht werden. Aufgrund dieser Eigenschaften der Temperaturkurve sollte theoretisch auch der *zeitliche* Verlauf der Ausgangsspannung während des Temperaturzyklus linear sein. In der Praxis zeigt sich aber der in Abbildung 9.17 gezeigte Kurvenverlauf.

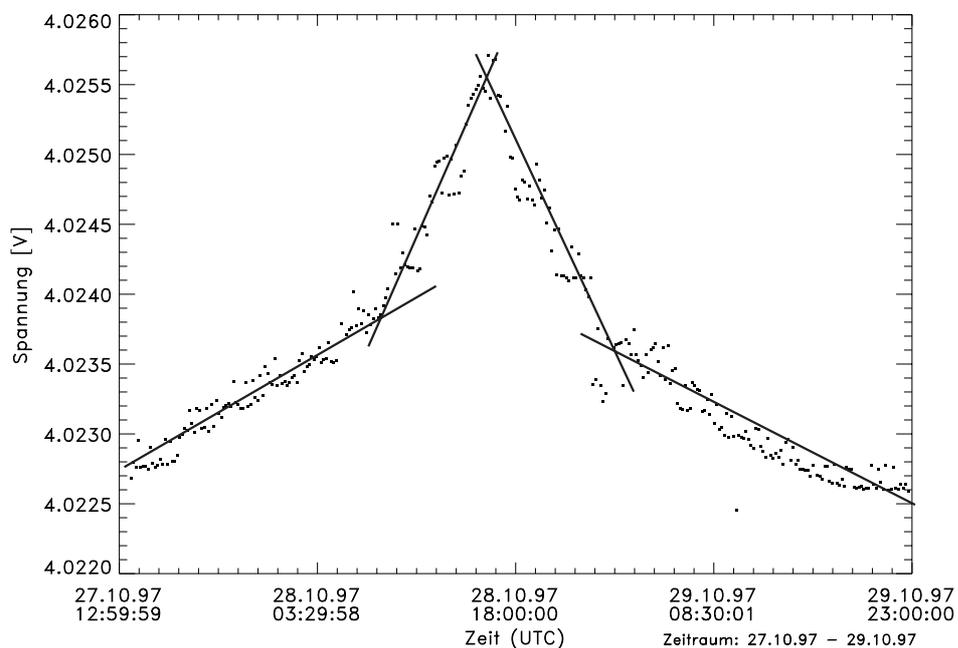


Abbildung 9.17: Die  $U(t)$ -Kurve der Messung mit dem Bornitrid-Spulenkörper und Elektronik (2).

Bei näherer Betrachtung fällt auf, daß sich die gezeigte Kurve aus vier Geraden mit paarweise gleich entgegengesetzten Steigungen zusammensetzt. Im niedrigen Temperaturbereich, der sich von Raumtemperatur bis etwa  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  erstreckt, ergibt sich eine Gerade mit einer relativ geringen Steigung, die auf den kleinen  $T_k$  von Bornitrid zurückzuführen ist. Oberhalb dieses Temperaturbereiches schließt sich eine weitere Gerade mit einer viel größeren Steigung an. Der Verlauf zeigt sich beim Abkühlen reversibel, so daß hier kein Meßfehler vorliegen kann. Führt man die Regression im Temperaturbereich von  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  bis  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  aus (siehe Abbildungen 9.18), so führt die Regression der größeren Steigung auf einen mittleren  $T_k$  von  $15.7 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ .

Wenn man die Ungenauigkeit der  $T_k$ -Bestimmung wegen der geringen Anzahl der Meßwerte einmal außer acht läßt, stimmt dieser Wert auffallend gut mit dem in der Literatur gefundenen Ausdehnungskoeffizienten von Kupfer ( $16.8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ) überein. Der Befund deutet darauf hin, daß sich die mechanische Spannung zwischen Spulendraht und Spulenkörper, die durch die Zugspannung bei der Bewicklung entsteht, infolge des dreimal größeren Ausdehnungskoeffizienten von Kupfer mit wachsender Temperatur abbaut. Oberhalb der Grenztemperatur von etwa  $70 \text{ }^\circ\text{C}$  ist der Spulendraht soweit von dem Bornitrid-Spulenkörper abgelöst, daß er seinem eigenen Ausdehnungskoeffizienten folgt. Eine Ausdehnung in Richtung der Spulenchse ist dabei trotz der begrenzenden Spulenkammerwände möglich, da sich beim Wickeln zwischen den Windungen kleine Zwischenräume ergeben und die für den gemessenen Effekt verantwortliche Ausdehnung nur wenige Mikrometer beträgt. Angesichts der Weichheit des Bornitrids ist es auch durchaus möglich, daß der Kupferdraht durch die Kraft der Ausdehnung die Spulenkammerwände einschneidet. Beim Abkühlen baut sich die Spannung zwischen Kupferdraht und Spulenkörper wieder auf, so daß die Änderung der Spulenlänge unterhalb der Grenztemperatur wieder der Längenänderung des Spulenkörpers folgt.

Dieses Ergebnis läßt den Schluß zu, daß sich der unter Zugspannung auf den Spulenkörper gewickelte Draht bei allen Materialien nur in einem begrenzten Temperaturintervall an die Dimensionsänderungen des Spulenkörpers anpaßt. Diese Gegebenheit wirkt sich auf die Wahl des Spulenkörpermaterials aus, die im abschließenden Kapitel über die Diskussion des am besten geeigneten Materials noch einmal aufgegriffen wird. Ich habe versucht, auch bei dem *MACOR*-Spulenkörper die kritische Temperatur zu messen. Bis zur maximalen Betriebstemperatur der Temperaturbox von  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  ergaben sich jedoch keine Abweichungen vom linearen Verlauf des Graphen, so daß die kritische Temperatur oberhalb der dieser Temperatur liegen muß.

## 9 Die Messung der Temperaturkoeffizienten

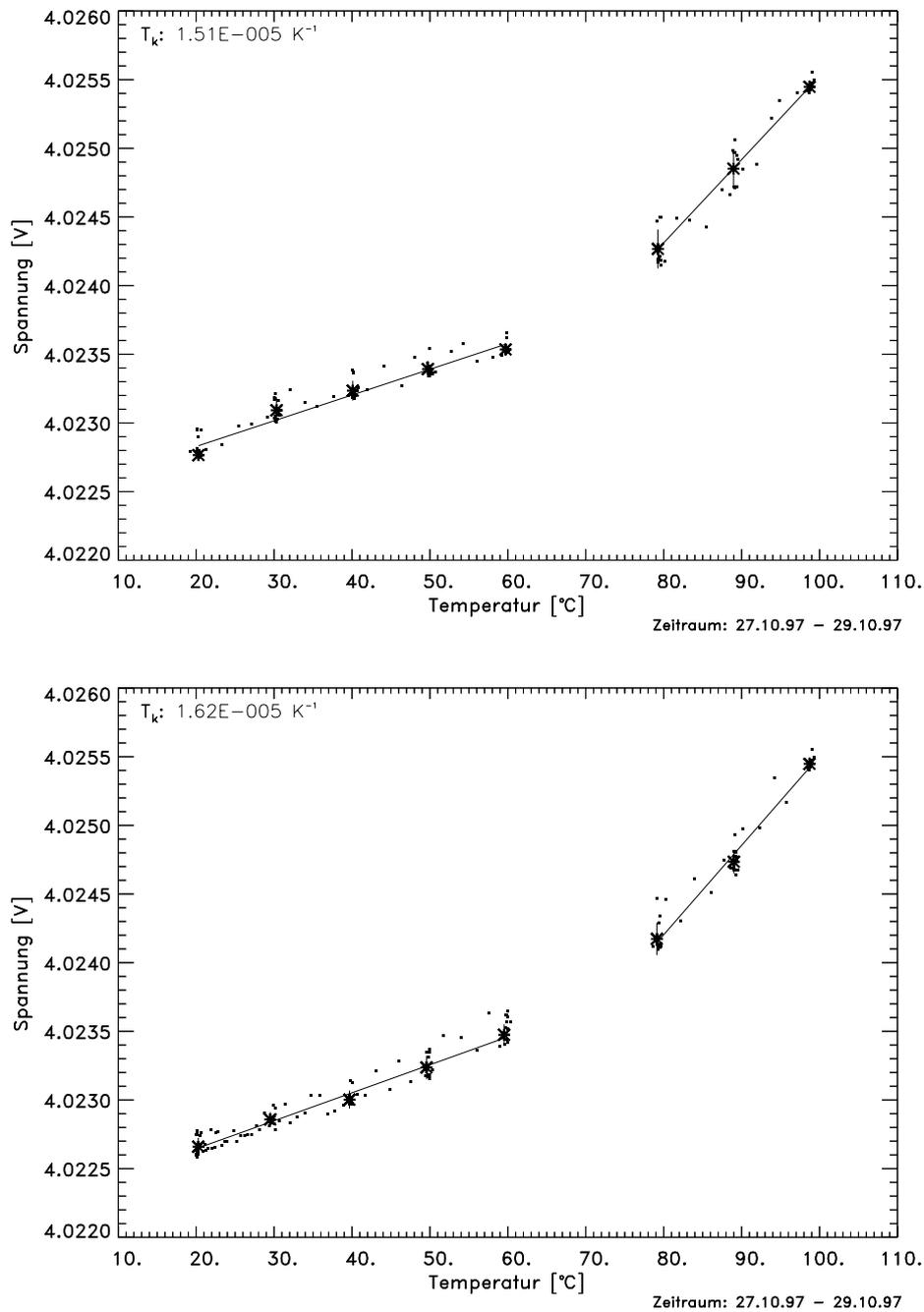


Abbildung 9.18:  $T_k$ -Messung des Bornitrid-Spulenkörpers mit Elektronik (2) im Aufheizzyklus (oben) und Abkühlzyklus (unten). Die angegebenen  $T_k$ -Werte beziehen sich auf die Steigung der Geraden oberhalb von 70 °C.

## 10 Diskussion der Materialwahl

Mit den im vorangegangenen Kapitel gemessenen Ausdehnungskoeffizienten ist das Verhältnis der Widerstände in der Temperaturkompensationsschaltung berechenbar. Mit der Temperaturkompensationsschaltung ist es theoretisch möglich, den Strom in der Gegenkopplungsspule so zu regulieren, daß die Ausgangsspannung des Fluxgates trotz thermischer Ausdehnung des Spulenkörpers temperaturunabhängig bleibt. Die Anpassung der Gegenkopplungsspule an die Abmessungen des Spulenkörpers ist eine wichtige Voraussetzung für die einwandfreie Funktion des Magnetometers, weil nur ein konstanter  $T_k$  ausgeglichen werden kann. Die Messungen mit dem Bornitrid-Spulenkörper haben dagegen ergeben, daß sich die Wicklungen des Spulendrahtes unter bestimmten Bedingungen abheben und sich der zu kompensierende  $T_k$  sprunghaft ändert. Die aus diesen Messungen gewonnenen Erkenntnisse geben daher Anlaß, uns abschließend noch etwas genauer mit der Wahl eines geeigneten Materials für den Spulenkörper zu befassen.

Der Grund für das „Abheben“ der Spule von ihrem Spulenkörper im Verlauf der Messungen mit dem Bornitrid-Spulenkörper ist der im Vergleich zum Spulenkörper dreimal stärkere Ausdehnungskoeffizient des Kupferdrahtes. Die kritische Temperatur, bei der sich der Draht so weit gelockert hat, daß er nicht mehr der Ausdehnung des Spulenkörpers folgt, ist von drei Faktoren abhängig. Die erste wichtige Größe ist die Zugspannung. Je höher die Zugspannung, desto größer ist auch die Temperaturdifferenz, die notwendig ist, um die mechanische Spannung zwischen Spule und Spulenkörper abzubauen. Die zweite wichtige Größe ist die Referenztemperatur, die Temperatur bei der der Spulenkörper bewickelt wurde (also z. B. die Raumtemperatur von ca. 20 °C) und auf die sich die Temperaturdifferenz bezieht. Als drittes ist die Differenz der Ausdehnungskoeffizienten von Spulendraht und Spulenkörper von Bedeutung. Die Differenz der  $T_k$ -Werte gibt Auskunft darüber, ob die kritische Temperatur unterhalb oder oberhalb der Referenztemperatur der Bewicklung liegt. Ist die Differenz größer null, dehnt sich der Spulendraht stärker aus als der Spulenkörper und die kritische Temperatur liegt oberhalb der Referenztemperatur. Der Bornitrid-Spulenkörper in Verbindung mit einem Kupferdraht ist nur *ein* Beispiel für diesen Fall. Im Gegensatz dazu liegt die kritische Temperatur unterhalb der Referenztemperatur, falls die Differenz kleiner null ist. Diesen Fall repräsentiert der mit

Kupferdraht bewickelte GFK-Spulenkörper. Leider konnte die kritische Temperatur im Experiment nicht überprüft werden, da die Temperaturbox zwar mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden konnte, zur Zeit aber noch keine Temperaturniveaus gehalten werden können. Die mit dem Temperatursensor T59 gemessene Lufttemperatur in der Box steigt viel schneller als die Temperatur des Fluxgate-Sensors an. Es war deshalb unmöglich der Meßgröße eine genaue Temperatur zuzuordnen.

Die relativen Ausdehnungen anderer Materialien zueinander können Abbildung 10.1 entnommen werden.

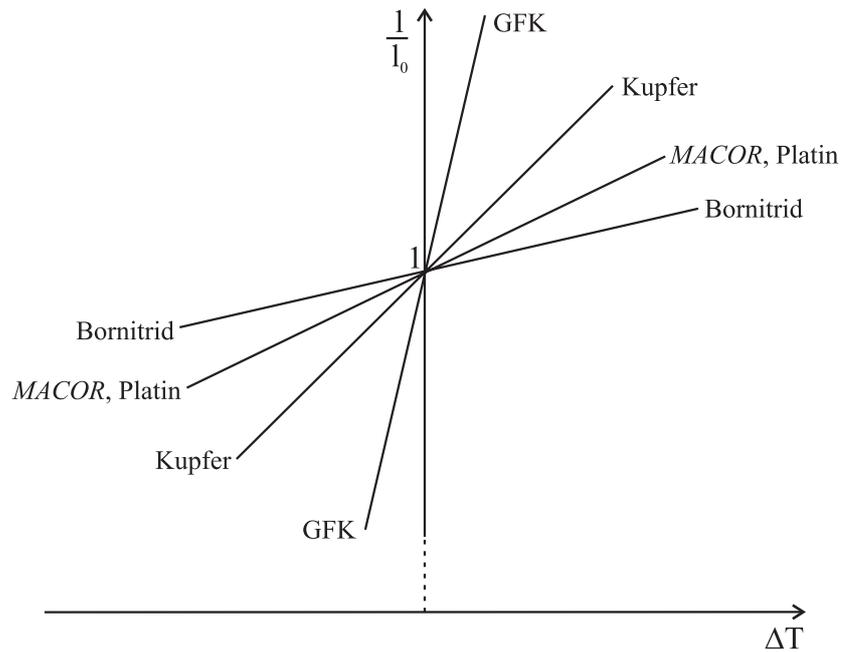


Abbildung 10.1: Die relative Ausdehnung der Werkstoffe GFK, MACOR, Bornitrid, Kupfer und Platin.

Der Betrag der Differenz der Ausdehnungskoeffizienten bestimmt darüber hinaus die Größe des Temperaturintervalls zwischen Referenz- und kritischer Temperatur. Je kleiner der Differenzbetrag ist, d. h. je näher die  $T_k$ -Werte beinanderliegen, desto größer ist die erforderliche Temperaturdifferenz, die die Zugspannung so stark abbaut, daß sich der Spulendraht vom Spulenkörper ablöst und um so größer ist dann auch das Temperaturintervall in dem das Fluxgate eingesetzt werden kann.

Zur Maximierung des thermischen Einsatzbereiches fertigte Acuña [1978] die MAGSAT-Sensoren, die dem KTB-Sensor sehr ähnlich sind, aus Materialien mit beinahe identischen  $T_k$ -Werten an. Dabei wurde ein MACOR-Spulenkörper mit Platindraht bewickelt. Beide Materialien besitzen einen  $T_k$  von etwa  $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Physikalisch gesehen ist das eine sehr gute Lösung, deren Umsetzung aber einige Probleme bereitet. So ist einerseits die mechanische Bearbeitung von *MACOR* schwierig, weil das Material sehr hart und spröde ist. Andererseits ist der benötigte Platindraht eine Sonderanfertigung, die mit hohen Abnahmemengen und damit auch hohen Kosten verbunden ist. Eine Alternative wäre ein Spulenkörper, hergestellt aus einem Material, dessen Ausdehnungskoeffizient dem von Kupfer ( $16.8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ) entspricht. Ein Werkstoff mit einem solchen  $T_k$ , der zudem gute mechanische Eigenschaften besitzt und unmagnetisch sein muß, ist mir jedoch nicht bekannt.

Material	$T_k$ -Differenzbeträge [ $10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ]	
	$ \alpha_{\text{Cu}} \leftrightarrow \alpha_1 $	$ \alpha_{\text{Pt}} \leftrightarrow \alpha_1 $
GFK	12	19
<i>MACOR</i>	8	0
Bornitrid	12	5

Tabelle 10.1: Die Differenzbeträge der  $T_k$ -Werte der Spulendrähte aus Kupfer und Platin und der Werkstoffe für den Spulenkörper GFK, *MACOR* und Bornitrid.

Wir stellen also fest, daß es keinen in jeder Hinsicht optimalen Sensor gibt. Es gibt im Gegenteil eine Vielzahl von Kombinationen für die Wahl der Sensor-Materialien, die ihre Vor- und Nachteile haben. Wir wollen daher erörtern unter welchen Umständen sich die in dieser Arbeit untersuchten Materialien für den Sensorbau eignen. Als Spulenmaterial nehmen wir dabei aus Kostengründen Kupferdraht an. Des weiteren gehen wir davon aus, daß die Spulenkörper bei Raumtemperatur bewickelt werden. Die Raumtemperatur stellt also die Referenztemperatur dar.

Betrachtet man unter diesen Umständen den GFK-Spulenkörper, so ist dieser mit einem im Vergleich zu Kupfer größeren Ausdehnungskoeffizienten insbesondere für Temperaturen oberhalb der Raumtemperatur geeignet. Für Temperaturen unterhalb der Wickeltemperatur kommt er nur begrenzt in Frage, da aufgrund des großen Differenzbetrages  $|\alpha_{\text{Cu}} \leftrightarrow \alpha_1|$  die kritische Temperatur bei kleinen Temperaturdifferenzen erreicht wird und der thermische Einsatzbereich unterhalb der Referenztemperatur dadurch sehr beschränkt ist. Der Differenzbetrag der Ausdehnungskoeffizienten von Kupfer und GFK ist nach Tabelle 10.1 genauso groß wie der von Kupfer und Bornitrid. Man kann daher vermuten, daß die Temperaturdifferenz zwischen Referenztemperatur und kritischer Temperatur bei beiden Materialien gleich ist. Bei dem Bornitrid-Spulenkörper wurde die kritische Temperatur bei etwa  $70 \text{ }^\circ\text{C}$  erreicht, die Temperaturdifferenz zur Referenztemperatur beim Wickeln beträgt also  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ . Demnach würde die kritische Temperatur des GFK-Spulenkörpers unter Voraussetzung gleicher Zugspannung bei ungefähr  $\approx 30 \text{ }^\circ\text{C}$  liegen. Aber auch bei hohen positiven Temperaturen ist Vorsicht geboten. Infolge der im Verhältnis zu Kupfer

fast doppelt so starken Ausdehnung des Spulenkörpers wird der Kupferdraht besonders strapaziert, und das Reißen des Spulendrahtes kann nicht völlig ausgeschlossen werden. Außerdem kam es während der Messungen bei Temperaturen über 100 °C zu Verfärbungen des Glasfasergewebes, so daß stoffliche Veränderungen des Materials bei höheren Temperaturen ebenfalls nicht ausgeschlossen werden können. Der Einsatzbereich des GFK-Spulenkörpers sollte deshalb zwischen  $\approx 10$  °C und 100 °C liegen. Ein weiterer Nachteil des Glasfasergewebes ist die Anisotropie des Ausdehnungskoeffizienten, der wenigstens in Richtung der Spulenachse bekannt sein muß.

Im Gegensatz zum Glasfasergewebe zeichnet sich Bornitrid durch einen besonders kleinen Ausdehnungskoeffizienten aus. Sollten die Firmenangaben bezüglich des Ausdehnungskoeffizienten korrekt sein und sich das Material bis zu einer Temperatur von 250 °C nicht ausdehnen, so könnte der Sensor ohne Temperaturkompensationsschaltung betrieben werden. Meine Messungen haben einen vernachlässigbaren  $T_k$  jedoch nicht bestätigt. Der Spulenkörper aus Bornitrid ist hauptsächlich für den Einsatz bei Temperaturen unterhalb der Referenztemperatur geeignet. Bei größeren Temperaturen löst sich der Kupferdraht wie im Experiment beobachtet bei einer nicht berechenbaren kritischen Temperatur vom Spulenkörper ab. Der Einsatz eines Fluxgates mit Bornitrid-Spulenkörper bei Temperaturen weit oberhalb der Wickeltemperatur ist daher nicht zu empfehlen. Der Ausdehnungskoeffizient ist wie auch beim Glasfasergewebe anisotrop und muß daher zur Berechnung der Widerstände der elektronischen Kompensationsschaltung bekannt sein. Bei der von mir verwendeten Meßmethode tritt für den Ausdehnungskoeffizienten ein Fehler von  $\pm 1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  auf. Relativ betrachtet sind die Messungen kleiner  $T_k$ -Werte daher mit einem großen Fehler behaftet. Kleine Ausdehnungskoeffizienten sollten aus diesem Grund unbedingt mit einem Interferometer gemessen werden. Dies gilt im übrigen für alle Ausdehnungskoeffizienten, wenn man die Temperaturkompensationsschaltung so genau wie möglich bestücken will. Ein Vorteil des Materials ist die Weichheit des Werkstoffes, weshalb er leicht zu bearbeiten ist. Dadurch bedingt ist aber gleichzeitig Vorsicht beim Einsatz in Temperaturbereichen weit unterhalb der Wickeltemperatur geboten. Der Kupferdraht zieht sich beim Abkühlen weitaus stärker zusammen als der Spulenkörper und der Spulendraht kann das Bornitrid einschneiden eventuell auch sprengen und somit eine irreversible Veränderung des Spulenkörpers bewirken. Insgesamt halte ich den Werkstoff Bornitrid unter den oben genannten Bedingungen in einem Temperaturbereich von  $\approx 100$  °C bis +50 °C für geeignet.

MACOR ist der dritte untersuchte Werkstoff. Sein Vorteil ist der bekannte isotrope Ausdehnungskoeffizient, der durch die Messungen bestätigt werden konnte. Durch die Isotropie in bezug auf den  $T_k$  ist eine Messung des Wertes nicht erforderlich. Der  $T_k$  von MACOR liegt von allen Materialien an dem von Kupfer am nächsten. Spulenkörper aus MACOR ermöglichen deshalb den Einsatz in einem größeren Temperaturintervall als solche aus Bornitrid. Die Härte des Materials führt zwar die schwierige mechanische Bearbeitung mit sich, verhindert aber gleichzeitig das

Einschneiden des Spulenkörpers bei tiefen Temperaturen. Bei den durchgeführten Testmessungen konnte die kritische Temperatur, die oberhalb der Referenztemperatur liegt, im Intervall bis 150 °C nicht erreicht werden, so daß ich mir den Einsatz in einem Temperaturbereich von  $\approx 150$  °C bis +150 °C als problemlos vorstelle. Bei der *KTB* wurden die Sensoren sogar bis 300 °C eingesetzt. Leider konnte ich die Sensoren nicht bis zu dieser Temperatur testen.

Nach diesen Untersuchungen halte ich unter den obigen Bedingungen den Werkstoff *MACOR* in bezug auf den Ausdehnungskoeffizienten für das am besten geeignete Material für den Magnetometer-Spulenkörper. Ich möchte aber betonen, daß sich dieses Urteil nur auf die Untersuchungen des linearen Ausdehnungskoeffizienten gründet. Andere Aspekte, wie z.B. geringes Gewicht oder eine große Wärmeleitfähigkeit, die zum schnellen Angleich an die Umgebungstemperatur führt, wurden hier nicht berücksichtigt.

# 11 Zusammenfassung und Ausblick

Zum Abschluß dieser Arbeit wollen wir die gewonnen Erkenntnisse zusammenfassen. Dazu vollziehen wir den inhaltlichen Gedankengang noch einmal nach und gehen kurz auf die Ergebnisse ein. Darüber hinaus werde ich auf aufgetretene Probleme und unbeantwortet gebliebene Fragen eingehen.

In dieser Arbeit haben wir einführend die Funktionsweise von Fluxgate-Magnetometern kennengelernt. Wir haben uns mit dem Aufbau der bei den Testmessungen verwendeten elektronischen Schaltungen, die den Fluxgate-Sensor betreiben, befaßt und festgestellt, daß es trotz gleichem Grundprinzip der elektronischen Schaltungen verschiedene Möglichkeiten für die Realisierung der einzelnen Baugruppen gibt.

Anschließend haben wir die unterschiedlichen Arten der Permeabilität kennengelernt und nachvollzogen, daß bei den als Kernmaterial verwendeten Ferromagnetika die resultierende Permeabilität in guter Näherung durch die Permeabilität der Form gegeben ist. Diese Formpermeabilität kann analytisch nur für Ellipsoide berechnet werden. Für beliebige andere Körperformen wird sie mit der allgemeinen Rosenblatt-Formel abgeschätzt. Weiter haben wir die Formel für die Empfindlichkeit eines Fluxgate-Magnetometers hergeleitet und erkannt, daß die Empfindlichkeit im wesentlichen proportional zur Permeabilität der Form ist. Beim Bau von Magnetometern, die mehr als eine Magnetfeldkomponente messen, wird für alle Meßrichtungen die gleiche Empfindlichkeit und damit auch die gleiche Formpermeabilität angestrebt. Dies ist für Fluxgate-Magnetometer, die aus einem Ensemble von Ein-Achs-Sensoren zusammengesetzt sind, leicht zu erfüllen. Handelt es sich hingegen um einen Mehr-Achs-Sensor bedarf die Konstruktion des Magnetometerkernes genauerer Überlegungen. Mit Hilfe der Rosenblatt-Formel haben wir die Identität der beiden Formpermeabilitäten in der Ringebene von Ringkernen im Zweidimensionalen überprüft. Darüber hinaus haben wir mit dem Netzbandkern, der eine Erweiterung des elliptischen Kernes darstellt, eine Kernform gefunden, bei der die Permeabilitäten der Form sogar in drei Richtungen übereinstimmen.

Im praktischen Teil der Diplomarbeit haben wir uns mit der Temperaturkompensation von Fluxgate-Magnetometern auseinandergesetzt. Wir haben das Temperaturverhalten der Gegenkopplungsspule untersucht und die Änderungen des Gegenkopp-

lungsmagnetfeldes, das vom Gegenkopplungsstrom erzeugt wird, bei isotropen und anisotropen Ausdehnungskoeffizienten des Spulenkörpers auf Variationen der Spulenlänge zurückgeführt. Der Temperatureffekt, der durch die Längenänderung der Gegenkopplungsspule entsteht, kann mit der vorgestellten elektronischen Kompensationsschaltung beseitigt werden, wenn der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes des Spulendrahtes und der lineare Ausdehnungskoeffizient des Spulenkörpers in Richtung der Spulenachse bekannt sind. Die Temperaturkoeffizienten wurden gemessen, so daß die Bauelemente der elektronischen Kompensationsschaltung dimensioniert werden könnten. Weiterhin wurden den mit Kupferdraht bewickelten Spulenkörpern unterschiedlicher Ausdehnungskoeffizienten Temperaturintervalle zugewiesen, in denen der Einsatz der Sensoren sinnvoll ist. Der für den thermischen Einsatzbereich des *ROSETTA*-Magnetometers ( $\approx 150$  °C bis  $+100$  °C) am besten geeignete Werkstoff ist *MACOR*.

Bei der Auswertung der Messungen sind wir auf Effekte gestoßen, die ich gerne näher untersucht hätte. Dazu gehört z.B. die unterschiedliche Temperaturabhängigkeit des Magnetometer-Offsets bei den verwendeten elektronischen Schaltungen, die wir mit einer unterschiedlichen Temperaturabhängigkeit der Kernpermeabilitäten begründet haben. Um die Richtigkeit dieser Vermutung zu überprüfen, müssen die verwendeten Kerne aber noch an elektronischen Magnetometer-Schaltungen vertauscht werden.

Aufgrund begrenzter Meßzeit kamen die Untersuchungen des Spulenkörpers aus Glasfasergewebe leider etwas zu kurz. So blieb bei diesem Material die Frage nach der Ursache der Abweichung der gemessenen Ausdehnungskoeffizienten offen, die sich nicht mit dem Fehler der Messung erklären läßt. Vielleicht wurde der zweite GFK-Spulenkörper vor den Messungen nicht lange genug im Temperaturschrank behandelt. Oder spielt die Zugspannung bei der Bewicklung doch eine Rolle? Die Beantwortung dieser Frage erfordert jedoch eine größere Genauigkeit bei der Einstellung der Zugspannung als es die Spulenwickelmaschine zuließ. Um präzisere Aussagen machen zu können, müßte das von mir verwendete Zugspannungsintervall größer gewählt werden als hier geschehen.

Während meiner Messungen habe ich die kritische Temperatur, bei der sich der Kupferwickel vom Spulenkörper abhebt, für den Bornitrid-Spulenkörper durch Zufall entdeckt. Die Bestimmung der kritischen Temperaturen der anderen Sensoren, mit denen sich der thermische Einsatzbereich der Sensoren exakter angeben ließe, ist mir nicht gelungen. Der Grund dafür ist der für diese Art der Messung zu kleine Temperaturbereich, der mit der Temperaturbox kontrolliert werden kann. Der kritische Punkt von *MACOR* wird mit dem System kaum aufzuspüren sein, da er anscheinend so hoch liegt, daß die Temperaturbox bei den Messungen beschädigt werden würde. Durch kontrolliertes Verdampfen von flüssigem Stickstoff wäre es aber möglich Temperaturkurven unterhalb der Raumtemperatur zu generieren und

## *11 Zusammenfassung und Ausblick*

---

beliebige Temperaturniveaus über längere Zeit zu halten. So müßte sich auch die kritische Temperatur der GFK-Sensoren auffinden lassen.

Mit diesen Anregungen möchte ich diese Diplomarbeit schließen. Ich habe während meiner Diplomandenzeit am Institut für Geophysik und Meteorologie viel über Fluxgate-Magnetometer gelernt und hoffe, dem Leser dieser Arbeit einiges von meinem Wissen weitergeben zu können.

# Literaturverzeichnis

- Acuña, M. H. Fluxgate Magnetometers for Outer Planets Exploration. Goddard Space Flight Center, 1974.
- Acuña, M. H., Scarce, C. S., Seek, J. B., Scheifele, J. The MAGSAT Vector Magnetometer – A Precision Fluxgate Magnetometer for the Measurement of the Geomagnetic Field. NASA Technical Memorandum 79656. Goddard Space Flight Center, October 1978.
- Afanassiev, Y. V., Gorobey, V. N. Zur Berechnung der Permeabilität der Kernform von Ferrosonden. Werke der metrologischen Institute der UdSSR, Nr. 180 (240), S. 55–62. Verlag Energia. Leningrad, 1975.
- Afanassiev, Y. V. Small Size Fluxgate Sensors. Explanatory Letter. Joint-Stock Company “Mag-Sensors”. St. Petersburg, 1996a.
- Afanassiev, Y. V. Persönliche Mitteilung, November 1996b.
- Afanassiev, Y. V., Musmann, G. (Editor). Fluxgate Magnetometers for Space Research. Volume I – Basic Theory. In Press. Braunschweig, 1997.
- Berendt, G., Weimar, E. Mathematik für Physiker. Band 1. Analysis und lineare Algebra. 2. Auflage. VCH Verlagsgesellschaft, 1990.
- Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. Taschenbuch der Mathematik. 25. Auflage. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart · Leipzig und Verlag Nauka, Moskau, 1991.
- Fieberg, F. Messungen mit einem neuen Drei-Achs-Bohrlochmagnetometer in der Kontinentalen Tiefbohrung. 1. Auflage. Dissertation. Verlag Mainz, Wissenschaftsverlag, Aachen 1994.
- Gerlich, G. Einführung in die Prinzipien der theoretischen Physik. Klassische Feldtheorie. Skript zur Vorlesung. Technische Universität Braunschweig, 1993.
- Gerthsen, C., Kneser, H. O., Vogel, H. Physik. 16. Auflage. Springer Verlag, 1992.

- Huebner, W. F. Physics and Chemistry of Comets. Springer Verlag, 1990.
- Kammel, T. Homogenität und Temperaturverhalten von Ringkernmagnetometerspulen. Diplomarbeit. Institut für Geophysik und Meteorologie. Technische Universität Braunschweig, 1990.
- Kertz, W. Einführung in die Geophysik I. BI Hochschultaschenbuch Band 275. BI Wissenschaftsverlag, 1992a.
- Kertz, W. Einführung in die Geophysik II. BI Hochschultaschenbuch Band 535. BI Wissenschaftsverlag, 1992b.
- Kügler, H. Untersuchungen zur Querfeldbeeinflussung von Fluxgate-Magnetometern anhand der Kalibrierung des TEMAG-Experimentes. Diplomarbeit. Institut für Geophysik und Meteorologie. Technische Universität Braunschweig, 1991.
- Kuhnke, F., Musmann, G. KTB-Hochtemperatur Drei-Komponenten-Magnetometer. KTB Report 90-6a. Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, 1990.
- Lauche, H. Private Mitteilung. Max-Planck-Institut für Aeronomie, Katlenburg-Lindau, Juni 1997.
- Madelung, E. Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers. 6. Auflage. Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band IV. Springer Verlag, 1957.
- Moon, P., Spencer, D. E. Field Theory for Engineers. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey 1961.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. Numerical Recipes – The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1986.
- Rahm, M. CASSINI-CDRS (Calibration Data Recording System) Interface Document. CA-IGM-TN-0001, Issue 2 Revision 1. Institut für Geophysik und Meteorologie. Technische Universität Braunschweig, Januar 1996.
- Rahm, M., Richter, I. Persönliche Mitteilung. Institut für Geophysik und Meteorologie. Technische Universität Braunschweig, 1997.
- Richter, I. MRODE Software Manual & Configuration of Attached Hardware. MR-IGM-TN-0004, Issue 3. Institut für Geophysik und Meteorologie. Technische Universität Braunschweig, November 1994.
- Rosenblat, M. A. Ballistic demagnetization coefficient for prismatic bars. Journal Technical Physics, USSR, Nr. 20, S. 1117–1120, 1950.

## *Literaturverzeichnis*

---

Rosenblat, M. A. Demagnetizing factors of bars of high permeability. *Journal Technical Physics, USSR*, Nr. 24 (4), S. 637–661, 1954.

Sommerfeld, A. *Elektrodynamik. Vorlesungen über theoretische Physik, Band III.* 4. Auflage. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1964.

Tietze, U., Schenk, Ch. *Halbleiter-Schaltungstechnik.* 10. Auflage. Springer Verlag, 1993.

## Danksagung

Herrn Prof. Dr. Glaßmeier danke ich dafür, daß ich diese Diplomarbeit am Institut für Geophysik und Meteorologie anfertigen durfte.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Musmann, der diese Arbeit vorgeschlagen und mich während meiner Diplomandenzeit stets mit guten Anregungen unterstützt hat. Er ließ mir Freiraum für eigene Ideen und stand mir nicht nur in physikalischen Fragen mit seinem Rat zur Seite.

Auch meinen Eltern, die mir durch ihre finanzielle Unterstützung das Physikstudium ermöglicht haben, möchte ich an dieser Stelle danken.

Weiter bedanke ich mich bei Herrn Auster, Herrn Fornacon und Herrn Dr. Kuhnke für die Bereitstellung der Magnetometer und die unzähligen Gespräche, in denen sie mich in die Geheimnisse der Magnetometer-Elektronik eingeweiht haben.

Bei Herrn Kügler, Herrn Rahm und Herrn Dr. Richter bedanke ich mich für die viele Hilfe im Umgang mit dem Magnetlabor „Magnetsrode“ und eine Vielzahl von Tips für meine Arbeit.

Herrn Knaak danke ich für die handwerklichen Arbeiten, die er prompt für mich erledigt hat.

Bei Herrn Dr. Kuhnke bedanke ich mich weiterhin für die Durchsicht dieser Arbeit.

I also want to thank my fiancé Tracie Evans for supporting and inspiring me in endless expensive long distance phone calls.

Aber auch meine Freunde möchte ich an dieser Stelle nicht vergessen, die mich während der letzten 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> Jahren, und sei es nur durch eine Tasse viel zu starken Kaffee, unterstützt haben; vielen Dank Euch allen.

Ich versichere, die vorliegende Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt zu haben.

Braunschweig, den 28. Februar 1998